

# HET KLEED DER WISKUNDE

REDE

UITGESPROKEN BIJ DE AANVAARDING VAN HET AMBT  
VAN GEWOON HOOGLERAAR IN DE WISKUNDIGE ANALYSE  
AAN DE RIJKSUNIVERSITEIT TE LEIDEN  
OP VRIJDAG 15 NOVEMBER 1957

DOOR

DR A. C. ZAAENEN



1957

N.V. NOORD-HOLLANDSCHE UITGEVERSMATSCHAPPIJ  
AMSTERDAM

*Mijne Heren Curatoren, Mijnheer de Rector Magnificus, Dames en Heren Professoren, Lectoren en Docenten aan deze Universiteit, Leden van de Wetenschappelijke Staf, Dames en Heren Studenten, en voorts Gij allen, die deze plechtigheid met Uw tegenwoordigheid vereert,*

*Zeër gewaardeerde toehoorders,*

Iemand heeft eens gezegd dat de godheid der wiskunde, als die bestond, natuurlijk een godin zou zijn, en hij voerde daarvoor twee bewijsgronden aan, wat er al op wijst dat zijn bewijsvoering voor deze stelling niet voldoet aan de voor de eredienst der godheid gestelde regels. Welke zijn nu de aangevoerde bewijsgronden? De eerste is het waargenomen feit dat de dienaren en vereerders van de godheid uiteindelijk gezocht moeten worden onder de mannelijke helft van de aardbevolking. De tweede is van meer psychologische aard; zij wordt gevonden door erop te wijzen dat de godheid een zeer grillig karakter blijkt te bezitten. Laten wij eens even nagaan wat hiervan waar is. Het genoemde feit, waarop het eerste bewijs dan zou berusten, is zeker niet absoluut juist; er zijn ongetwijfeld ook vrouwen die de wiskunde hoogachten en haar schoonheid bewonderen, en het zou zelfs niet moeilijk zijn een rijtje namen op te noemen van vrouwelijke wiskundigen, die belangrijk en soms zelfs baanbrekend werk verricht hebben. Maar toch, als U genoegen neemt met negentig procent, dan is het uitgangspunt, naar ik geloof, wel juist. Voor het gemak van het betoog zullen wij, bij hetgeen volgt, even aannemen dat de conclusie ook juist is, zodat wij dus over de godheid als over een godin kunnen spreken. Bezien wij dan het tweede argument wat nader, dan moet toegegeven worden dat de wijze waarop zij haar gunsten verdeelt inderdaad niet vrij is van een zekere grilligheid. Hoe dikwijls niet weigert zij het werk van maan-

den, ja jaren, met succes te bekronen, terwijl zij anderzijds soms één van haar dienaren door een flits van intuïtie, onverwacht, een bijzonder blijk van haar gunst doet geworden. Ik zei: „onverwacht”, want het opvallende bij zo'n gunstbetoon is dikwijls dat de persoon, aan wie het ten deel valt, op dat ogenblik in het geheel niet bezig is de godin te vereren, maar bijvoorbeeld, zoals Henri Poincaré overkwam, op een vacantieuitstapje is. Om U dit geval even nader te verklaren, moet U dan weten dat de later zo beroemd geworden Henri Poincaré omstreeks 1880 een jong professor in Caen in Normandië was. Op zekere dag was hij gedwongen om een onderzoek, waaraan hij begonnen was, te onderbreken teneinde deel te nemen aan een voor de studenten georganiseerde geologische excursie. Het onderbroken werk had al wel enige resultaten opgeleverd, maar Poincaré was er nog lang niet mee klaar. Terwijl nu tijdens de excursie zijn gedachten door geheel andere zaken in beslag genomen werden, kreeg hij opeens, bij het zetten van zijn voet op de treeplank van een trammetje, de ingeving dat enige formules, die bij zijn voorlopige onderzoekingen tevoorschijn gekomen waren, bijzonder veel overeenkomst vertoonden met zekere transformatieformules uit de niet-Euclidische meetkunde. Hij realiseerde zich bovendien dat dit belangrijke gevolgen voor de verdere gang van het onderzoek kon hebben. Zelf zegt hij hierover: „Ik kon mijn idee niet verifiëren; ik zou er de tijd niet voor gehad hebben, omdat ik in de tram een afgebroken gesprek direct moest hervatten, maar ik voelde een ogenblikkelijke en absolute zekerheid. Pas toen ik enkele dagen later weer thuis was, ging ik op mijn gemak na dat de ingeving juist was geweest.” Om U, geachte toehoorders, ervan te overtuigen dat zoiets niet alleen een wiskundig genie kan overkomen, maar dat het verschijnsel ook op bescheidener schaal wel optreedt, wil ik U nog iets vertellen dat mijzelf is gebeurd. Op een nacht, enkele jaren geleden, werd ik wakker en, hoewel mijn gedachten tijdens de voorafgaande dagen daartoe niet de minste aanleiding gegeven hadden, ik wist opeens zeker dat een bepaalde zinsnede in een kort tevoren verschenen artikel van mijn hand niet geheel goed was. Enige minuten later, maar dat speelde zich al weer in het normale bewustzijn af, wist ik ook hoe deze zinsnede dan wel geformuleerd diende te worden. Het zou ongetwijfeld mogelijk zijn een hele lijst van zulke belevenissen aan te leggen, ontleend aan de ervaringen van talrijke onderzoekers op uiteenlopende gebieden van wetenschap, en zulke lijsten zijn dan ook wel eens gemaakt (voor

de wiskunde mede op initiatief van Henri Poincaré). Om overigens niet de indruk te wekken dat ik de wetenschap wil bevorderen door het aanbevelen van meer uitstapjes en meer slaap, wil ik uitdrukkelijk vaststellen dat er ook successen zijn die, althans in de wiskunde, eenvoudigweg het resultaat zijn van taai en nuchter volhouden aan de schrijftafel.

Keren wij thans, na deze zijstap, tot onze godin terug. Zij heeft nog een eigenschap die, hoewel geen bewijs voor haar vrouwelijke aard, daarmee toch allerminst in tegenspraak is. Het kleed dat zij draagt, de verschijningsvorm waarin zij zich aan ons voordoet, is afhankelijk van tijd en gelegenheid. Misschien zal dit vreemd voorkomen aan sommige toehoorders, die na hun gymnasium- of H.B.S.-tijd niet meer de mogelijkheid gehad of gezocht hebben nader met haar in contact te komen. Die toehoorders toch hebben haar alleen gekend als een nogal strenge dame, meestal gehuld in een gewaad uit de Grieks-Romeinse tijd, terwijl haar meer moderne toiletten dan toch altijd nog afkomstig waren uit de gouden eeuw of de Napoleontische jaren. Verder zult U weten dat onze godin in 1865, toen zij haar intrede deed op de nieuw opgerichte H.B.S., reeds op dezelfde wijze gekleed ging en dat zij ook nu, vandaag, haar voorkomen nog nauwelijks gewijzigd heeft. Weliswaar zijn er in de loop der jaren herhaaldelijk pogingen gedaan eens wat variatie aan te brengen, maar die hebben steeds gefaald. Wel lijkt het erop dat eindelijk, binnenkort, een voorstel tot wijziging van het wis-kundeprogramma op de H.B.S. werkelijk tot uitvoering zal komen. Enerzijds beoogt dit plan vereenvoudiging van de gehele leerstof en zelfs afschaffing van een bepaald onderdeel, anderzijds zullen enige nieuwe onderwerpen ingevoerd worden. Nu dan, een gepaste vereenvoudiging is zeer wel op zijn plaats. Het is toch zó, dat de samenstellers van de eindexamenopgaven elk jaar geplaakt worden voor de moeilijke taak vraagstukken te bedenken, die niet identiek zijn met de vraagstukken van alle voorafgaande jaren. Zij slagen daar wel in, maar op deze manier ontstaan er steeds meer varianten, juist zoals bij het schaakspel, en de leraar in de wiskunde voelt zich min of meer verplicht zijn eindexamenleeringen van deze wassende stroom van bijzonderheden op de hoogte te brengen. U begrijpt wel hoe nuttig het is hierin eens flink het mes te zetten, en dit ook door te laten werken in de leerstof voor de lagere klassen door eliminatie van kunstgrepen, die van weinig principieel belang zijn, doch alleen maar dienen om de

leerling in staat te stellen wat ingewikkeldere vraagstukken te maken. Door zo'n vereenvoudiging zal het kleed der wiskunde van onnodige franje ontdaan worden, waardoor het simpele grondpatroon weer duidelijker naar voren zal treden. Ik zei U zoëven al dat bij het nieuwe programma ook afschaffing van een bepaald onderdeel voorgesteld wordt. Het arme slachtoffer is de beschrijvende meetkunde, een vak dat jarenlang een grote bloei gekend heeft, nadat het in het leven geroepen was door Gaspard Monge, tijdgenoot van Napoleon en de eigenlijke oprichter van de École Polytechnique. De bloei van de beschrijvende meetkunde manifesteerde zich dan ook in het bijzonder bij het wiskundeonderwijs aan technische studenten. Nog kijken wij met een mengeling van bewondering en afgrijzen naar de vraagstukken op dit gebied die, niet meer dan een goede dertig jaar geleden, aan de studenten in Delft voorgezet werden, en dit geeft dan aanleiding tot de overpeinzing dat wie hoog gezeten is, des te dieper kan vallen. Thans namelijk leidt ditzelfde vak nog maar een kwijnend bestaan aan universiteit of hogeschool, weggedoken in een enkel uurtje of opgenomen als onderdeel in een groter verband. De consequentie wordt onbarmhartig getrokken: hetzelfde lot wacht de beschrijvende meetkunde nu ook op de H.B.S., waar het overblijfsel tot een onderdeel van de stereometrie gedegradeerd zal worden. Het is overigens merkwaardig dat de beschrijvende meetkunde nooit tot het gymnasium toegelaten is. Moeten wij hier denken aan een afweerhouding tegenover een tak van wetenschap die nog zo jong was en zo duidelijk haar herkomst verried, of moeten wij, gezien de ontwikkeling die ik U zoëven schetste, eerder gewagen van een ver vooruitziend wijs inzicht? Hoe dit ook zij, laten wij na deze misschien voorbarige grafrede op onze oude vriend B.M. eens even zien, wie er dan wel klaar staan om zijn plaats in te nemen. Dat is allereerst de analytische meetkunde, zodat wat dit betreft de toestand zal ontstaan die op het gymnasium van ouds her al bestond. Verder hopen de ontwerpers van het nieuwe plan dat er ruimte zal komen voor een beknopte behandeling van de eerste beginselen der differentiaal- en integraalrekening, een punt dat ook al in vroegere nooit uitgevoerde plannen genoemd werd. Hoewel het reeds door anderen gezegd is, wil ik herhalen dat bij dit alles, zowel voor de schrijvers van leerboeken als voor de behandeling in de klas, het gezegde van toepassing is dat het meesterschap zich toont in de beperking die men zich oplegt. Het zal U overigens opgevallen zijn, dat

op grond van de genoemde veranderingen er nauwelijks sprake is van een modernisering van het kleed der wiskunde. Als verrassing is er echter nog voor een noviteit gezorgd, die werkelijk naar de laatste mode is; men stelt zich voor de mathematische statistiek als nieuw vak in het programma op te nemen. Het argument is dat steeds meer mensen, zoals bijvoorbeeld medici, biologen, economen, sociologen, te maken krijgen met statistische onderzoeken en de interpretatie daarvan. En om dat laatste, de interpretatie, gaat het juist. Daarom zal het nuttig zijn de leerlingen van de middelbare school reeds met deze materie in kennis te brengen. Op grond van de ontdekkingen in enkele proefklassen zijn de initiatiefnemers van mening dat het nieuwe vak wel gewaardeerd zal worden. Er zijn ook tegenstemmen die zeggen dat, ten eerste, een behandeling op de middelbare school toch niet aan de punten toekomt waar het eigenlijk om gaat, en ten tweede, dat er een overlading van het programma als geheel dreigt te ontstaan. Als ik zo vrij mag zijn mijn eigen mening weer te geven, dan is dat deze dat men het maar eens moet proberen; het is toch in elk geval verfrissend eindelijk na zoveel jaren de verstarring te doorbreken. Men moet echter niet schromen het nieuwe programma weer te besnoeien indien blijkt dat er te veel hooi op de vork genomen is, en daar ben ik wel wat bang voor.

Wij kunnen nog even een vluchtige blik werpen op de wiskunde aan de middelbare scholen in andere landen. Door elkaar genomen mag, naar het mij voorkomt, gesteld worden dat de situatie in de meeste Europese landen niet zo veel verschilt van die bij ons. De schooltypen liggen hier en daar iets anders en de nadruk op de verschillende onderdelen mag niet overal dezelfde zijn, maar in het totale beeld is dat van niet veel belang. Wel zijn er uitschieters; zo zal het U misschien bekend zijn dat bepaalde scholen in Frankrijk, waar men de leerlingen voorbereidt voor de toelatingsexamens van de École Polytechnique of de École Normale, een zeer uitgebreid en zwaar wiskundeprogramma hebben. Wenden wij nu de blik naar de Verenigde Staten, dan zien wij daar een nogal afwijkend beeld. De stof, die bij ons op de middelbare scholen gedoceerd wordt, ligt daar verdeeld over de High School en de eerste jaren van het College; dit laatste gedeelte maakt dus al deel uit van het onderwijs in universitair milieu. Nu zou dat op zichzelf niet zo'n groot uiteindelijk verschil behoeven te maken, indien niet door het systeem van vrije vakkenkeuze op vele High Schools zelfs

eenvoudige wiskunde door de leerlingen dikwijls niet gekozen werd, en indien niet het wiskundeonderwijs op deze scholen nogal eens vertrouwd was aan personen, die er zelf maar weinig verstand van hebben. Tengevolge hiervan zien de docenten aan vele Colleges zich geplaatst tegenover een aantal studenten die zelfs de eenvoudige basis-kennis missen, en in arren moede stelt de universiteit dan maar extra cursussen in, waar het ontbrekende alsnog aangevuld kan worden. Uit den aard der zaak gaat dit echter ten koste van de kennis, die eigenlijk in diezelfde tijd aangebracht diende te worden. De klachten zijn dan ook menigvuldig, en overeenkomstige geluiden komen uit de hoek van de natuurkunde en de scheikunde. Men begint zich zelfs bezorgd te maken dat, als deze toestand voortduurt, dit niet zonder invloed zal blijven op de technologische (en militaire) wedloop met andere grote landen. Half spottend, half ernstig is al de opmerking gemaakt dat het Amerikaanse onderwijssysteem wel eens voor de keus geplaatst kon worden tussen meer en beter onderwijs in wiskunde, natuurkunde en scheikunde of onderwijs in het Russisch. Om het beeld niet scheef te trekken, moet tenslotte wel vermeld worden dat een aantal der grote universiteiten en hogescholen particuliere lichamen zijn, die zich dienstgevolge de weelde kunnen veroorloven hun studenten te selecteren door middel van toelatingsexamens. Op de middelbare scholen, waar men voorbereid kan worden voor deze toelatingsexamens, wordt dan wel het volle pond ten aanzien van de exacte vakken geëist.

Na deze beschouwing over de wijze waarop de scholier met de godin der wiskunde in aanraking komt, zullen wij nu naar het andere uiterste overstappen, en ons afvragen hoe de godin zich manifesteert aan die betrekkelijk kleine groep van mensen, die zich de beoefening der wiskunde als levenstaak gekozen hebben. Dit is wat verheven gezegd; meer alledaags uitgedrukt willen wij dus die groep van mensen beschouwen die wiskunde gestudeerd hebben en die zich, na het behalen van examengetuigschrift of promotieoorlonde, nog actief met de wiskunde zijn blijven bezig houden. Ruwweg valt deze groep in twee ondergroepen uiteen: zij, die zich wijden aan het geven van onderwijs, en zij, die zich bezig houden met wat dikwijls aangeduid wordt als „research”, maar waarvoor in onze eigen taal de goede benaming „wetenschappelijk onderzoek” bestaat. Tussen twee haakjes, men gebruikt tegenwoordig ook wel eens het woord „speurwerk”, maar daarbij moet ik altijd aan een snuffelende politiehond denken. Om terug te

komen op die twee ondergroepen, hun doornede is niet leeg, d.w.z. het aantal van hen, die zowel betrokken zijn bij onderwijs als bij wetenschappelijk onderzoek, is niet nul, en als regel behoren bijvoorbeeld de wiskundedocenten aan elke universiteit, waar ook ter wereld, in deze doornede thuis. Als ik nu even elke niet-wiskundige met de, overigens allerminst onvriendelijk bedoelde, term „buitenstaander” aan mag duiden, welk beeld vormt zo'n buitenstaander zich dan omtrent het werk van een wiskundige? Welnu, zelfs al is hij met de in klaslokaal of collegezaal ter sprake komende wiskunde niet of niet meer op de hoogte, hij herinnert zich toch of kan zich zo ongeveer voorstellen hoe het daar toe gaat. Maar dan blijft de vraag wat hij zich voorstelt bij het met elkaar in verband brengen van de termen „wiskunde” en „wetenschappelijk onderzoek”. Deze voorstelling zal meestal wel vaag blijven, althans vager dan bij de overeenkomstige situatie op natuur- en scheikundig gebied, waar men zich een laboratorium voor de geest haalt, waarin met behulp van toestellen experimenten gedaan worden, waaruit men conclusies kan trekken. Al wordt men zich de aard van die toestellen, experimenten en conclusies dan niet bewust, sommige resultaten zijn voor een ieder zichtbaar en kunnen een rol gaan spelen in ons aller dagelijks leven; de televisietoestellen in de huiskamers, de radarininstallaties op de zeeschepen en de flesjes penicilline bij de apotheker zijn de bewijzen. Maar wat doet nu een wiskundige? In een eerste opwelling rijst voor U misschien het beeld op van een man, teruggetrokken in zijn studeerkamer, gezeten aan zijn schrijftafel, en lezend in een boek met vele formules of bezig een probleem uit te rekenen op het voor hem liggende papier, een probleem dat, hoe vernuftig de oplossing ervan ook moge zijn, toch verder van geen praktisch nut buiten de wiskunde zelf is. Dit beeld mag zeker niet in alle gevallen onjuist genoemd worden, maar het is wèl eenzijdig. Als U namelijk weleens de advertentiepagina's van de dagbladen doorkijkt, dan zal het U opgevallen zijn dat verscheidene grote industrieën tegenwoordig ook belangstelling voor mathematici koesteren. Klaarblijkelijk is daar dus werk van wiskundige aard te verrichten, en wel werk waaraan een speciaal aspect verbonden is. Hoe oprecht namelijk ook de waardering moge zijn, die de leiders van deze industrieën gevoelen voor wetenschappelijk onderzoek als zodanig, de uiteindelijke bedoeling is toch dat het onderzoek, in hun laboratoria of instituten ondernomen, waarneembare financiële baten afwerpt. Dit geldt dus ook voor het wis-

kundige onderzoek, hoewel erbij gezegd dient te worden dat men in 't algemeen een ruim standpunt inneemt; er mag best eens iets tussendoor lopen waarvan het directe nut voor de industriële onderneming in kwestie niet aanwijsbaar is. Zo blijken er dus verschillende soorten wiskundigen te zijn, of beter gezegd, er is misschien niet eens zoveel sortering in de wiskundigen zelf als wel in de aard van de taak die zij zich gesteld hebben te verrichten. Eén ding echter hebben zij gemeen, en dat is de worsteling tegen een lawine, die hen dreigt te bedelven. Ik bedoel hiermee dat de garderobe van onze godin, die bij de eerste kennismaking op de middelbare school van toch betrekkelijk bescheiden omvang scheen te zijn, bij nader contact een verscheidenheid en geraffineerdheid blijkt te vertonen, waarbij de meest fantastische droom van elke modeontwerper in het niet verzinkt. En wat erger is, deze garderobe is niet een statisch geheel, hoe groot en gevarieerd dit geheel dan ook mag zijn, neen, zij groeit, ik mag wel zeggen elke dag, aan, en juist zoals bij een lawine, die aangroeit groeit zelf ook nog weer aan. Zo zien de wiskundigen zich geplaatst tegenover een probleem dat een verontrustende vorm begint aan te nemen. Zij zijn, evenals de toverleerling, de omvang van hun eigen scheppingen niet meer de baas. Hetzelfde probleem doet zich voor op vele andere gebieden van wetenschappelijk onderzoek, en een eerste poging om hieraan het hoofd te bieden wordt automatisch ondernomen, en behoeft niet georganiseerd te worden. De onderzoekers gaan zich specialiseren; in de wiskunde denken we daarbij onwillekeurig in de eerste plaats aan een verdeling in meetkunde, algebra en analyse. Nu moet U echter niet denken dat, wanneer U weet in welk van die drie hokjes de wiskundige X thuis hoort, U dan ook weet wat mijnheer X uitvoert. Daarvoor is de specialisatie al veel te ver voortgeschreden; in elk hokje ligt als het ware een grote stapel etikettes, waarvan elke wiskundige er één of meer opgeplakt krijgt. Zo zullen bijvoorbeeld zij, die in de industrie werkzaam zijn, nogal eens getooid gaan met het opschrift „Fourieranalyse”, duidelijk afkomstig uit het analysehokje, en ook met het opschrift „Matrixtheorie”, afkomstig uit het algebrahokje. Maar, en dat is eigenlijk wat ik hierover op wil merken, de hokjesindeling die ik U schetste heeft tegenwoordig veel van zijn betekenis verloren, omdat er steeds meer etikettes komen die in geen der drie genoemde hokjes thuis horen; ik denk hier speciaal aan die etikettes waarop het woord „topologie” in de een of andere samenstelling voorkomt. Het is misschien beter om,

als men dan beslist een indeling wil maken, die enigszins anders in te richten. Ik zal daar straks nog op terugkomen als ik even stil blijf staan bij het werk van de superwiskundige Nicolas Bourbaki. Hoe dan ook, een vergaande specialisatie, gesymboliseerd in de etikettes waar ik U over sprak, is een feit geworden. Die specialisatie heeft zich echter, mede waarschijnlijk omdat de grenzen nergens scherp zijn, nog niet uitgestrekt tot de tijdschriften, waarin de resultaten van wiskundig onderzoek openbaar gemaakt worden. De meeste van deze tijdschriften stellen hun kolommen dus nog open voor de wiskunde in haar volle omvang. Enerzijds is dit verheugend omdat het toch nog wijst op een zekere eenheid in verscheidenheid; anderzijds begrijpt U hoezeer dit het terugzoeken bemoeilijkt van wat er over een bepaald onderwerp gepubliceerd is, indien U weet dat het totale aantal van deze tijdschriften de honderd ruim passeert. Wat dit laatste punt betreft, er is een welbekend middel om ten eerste dit terugzoeken wat gemakkelijker te maken, en ten tweede iemand, die niet over alle tijdschriften beschikt, althans op de hoogte te houden van wat er verschijnt. Dat middel bestaat eenvoudig daaruit, dat men het aantal tijdschriften nog met één tijdschrift vermeerdert, waarin men alle verschenen artikelen opsomt, een korte inhoudsopgave van elk daarvan geeft, soms wijst op het verband met oudere artikelen, en ook wel eens van goedkeuring of afkeuring getuigt. Eén zo'n recensietijdschrift voor de wiskunde verschijnt in de Verenigde Staten, één in Duitsland en, voorzover mij bekend, ook nog één in de Sowjet Unie. Bepertken wij ons even tot het eerstgenoemde, dan kan het aantal bladzijden daarvan per jaargang een ruwe aanwijzing zijn voor de omvang van de stortvloed van wiskundige publicaties. U moogt daarbij rekenen, dat er gemiddeld zes recensies op één bladzijde staan. In 1940 dan telde het recenserende tijdschrift 350 bladzijden; in 1945 was dit om begrijpelijke redenen gedaald tot 280, in 1950 sterk gestegen tot 760, en in 1956 was het 1260 geworden. Nu zal wel niemand al die recensies, ook zelfs maar vluchtig, doorlezen, en ik heb daarom nog eens nageteld hoeveel van die 1260 bladzijden in 1956 gewijd waren aan het onderdeel analyse (waarschijnlijkheidsrekening en statistiek niet meegerekend, evenmin als analytische getallentheorie). Dit bleken 390 bladzijden te zijn, hetgeen dus neerkomt op ongeveer 2400 publicaties. Het zal niet nodig zijn een verdere schatting te maken over het gemiddelde aantal bladzijden per publicatie, en over de snelheid waarmee men een wiskundige publicatie

kan lezen en begrijpen, om U ervan te overtuigen dat elke wiskundige slechts op een betrekkelijk klein gebied de voortgang bij kan houden. Er is nog een andere omstandigheid, die een invloed in dezelfde richting uitoefent. Slaan wij een artikel van omstreeks vijftig jaar geleden na, dan valt het op hoe rustig de stijl is, en hoe uitvoerig de schrijver ingaat op de bijzonderheden waar hij dat nodig acht. Men was toen niet bang voor een paar bladzijden extra, als dat de helderheid van het betoog als geheel ten goede kon komen. Tegenwoordig echter krijgen de redacties van vele tijdschriften meer copie toegezonden dan de financiële middelen van het tijdschrift eigenlijk toelaten te plaatsen, en het gevolg is dikwijls dat de auteur zijn manuscript terugkrijgt met de mededeling dat het artikel wél geaccepteerd zal worden indien de omvang aanzienlijk gereduceerd wordt. Tenslotte ontstaat er dan een tekst, min of meer in telegramstijl, die in bijna alle gevallen minder aantrekkelijk, in vele gevallen minder duidelijk, en in sommige gevallen vrijwel onleesbaar is geworden. Cynische naturen zullen opmerken dat in dit opzicht de godin der wiskunde zich aangepast heeft aan de moderne tijd: haar garderobe is van veel grotere omvang en sortering, maar de kwaliteit van de afwerking is dikwijls niet meer zo goed als vroeger. Er dient overigens bij vermeld te worden dat dit euvel vooral in de Amerikaanse tijdschriften optreedt, en dat wij hier in Nederland in dit opzicht nog niet mogen klagen.

Ik noem U nog een andere poging, die erop gericht is de vloed van publicaties het hoofd te bieden. Het is duidelijk dat het bestaan van een aantal afzonderlijke recensies, dikwijls afkomstig van verschillende recensenten, wel een opsomming levert van hetgeen over een bepaald onderwerp gepubliceerd is, maar dit schept op zichzelf nog geen orde in die verzameling van losse gegevens. Een samenvatting is gewenst. Voor de resultaten tot omstreeks 1925 kan men, wat dit betreft, uitstekend terecht bij de „Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften”, maar om de een of andere reden is het eigenlijk nooit gekomen tot een geregeld vernieuwen van dit eigenlijke werk. Inplaats daarvan is men in verscheidene landen overgegaan tot het uitgeven van los van elkaar staande overzichten betreffende de stand van zaken op bepaalde welomschreven terreinen. Sommige van die overzichten zijn weinig meer dan geordende opsommingen van resultaten met literatuurverwijzingen, andere dragen meer het karakter van leerboeken voor specialisten. Het meest merkwaardige, en ook het meest

verstrekkende, initiatief op dit gebied komt van Franse zijde. Ik doel hier op het werk van de groep Franse wiskundigen, die zich verbergt achter de naam van Bourbaki. In deze groep is, omstreeks 1935, het besluit genomen om gezamenlijk een boekwerk samen te stellen, dat een systematisch beeld zou geven van de stand van zaken in de gehele wiskunde. Weer een werk van encyclopedische aard dus, maar met een geheel eigen karakter. Wat, overigens, deze in 1935 nog jonge wiskundigen ertoe bewogen heeft de naam aan te nemen van een Franse generaal, die nu niet altijd het vertrouwen van de officiële autoriteiten genoot, zal wel nooit bekend worden, maar het staat in elk geval vast dat het optreden van deze tweede Bourbaki bewezen heeft dat de rol van Frankrijk op het vreedzame strijdtoneel der wiskunde geenszins uitgespeeld is. Het geprojecteerde werk draagt de eenvoudige titel „Éléments de mathématique”, en in 1938 verscheen het eerste deeltje, tot nu toe gevolgd door zeventien andere. Elk deeltje is ongeveer honderd bladzijden dik, en bevat naast de nodige theorie een groot aantal vraagstukken. De hele opzet is die van een leerboek in een voorlopig onbekend aantal delen, maar dan een leerboek dat beslist niet bestemd is voor een beginner in het vak. De lezer moet een paradoxale persoon zijn die, wiskundig gesproken, de volwassen leeftijd heeft bereikt, hoewel hij ondersteld wordt zijn gehele voorraad aan oude feitenkennis vergeten te zijn. In overeenstemming met deze opzet begint Bourbaki direct met zwaar geschut; naar zijn opvatting berust de gehele wiskunde op zekere begrippen uit de theorie der abstracte verzamelingen, en pas als men die begrippen tot zijn beschikking heeft, krijgt het zin een eerste indeling in twee hoofdrichtingen te maken. Deze indeling is niet de traditionele, doch wordt bepaald door de structuur die ten grondslag ligt aan het stuk wiskundige theorie dat men beschouwt. In eerste instantie onderscheidt Bourbaki dan de algebraïsche en de topologische structuren. Globaal gezegd heeft een theorie een algebraïsche structuur wanneer optelling en vermenigvuldiging het beeld beheersen, en een topologische structuur indien continuïteit en limietovergangen de hoofdrol spelen. Naast deze hoofdstructuren kan ook nog de structuur van het geordend zijn optreden, hetgeen betekent dat er dan een relatie in de theorie aanwezig is, die te vergelijken is met de relatie van het groter of kleiner zijn bij gewone getallen. Vrijwel de gehele algebra in klassieke zin en grote stukken van de meetkunde zijn van hoofdzakelijk algebraïsche structuur, en bij de Bourbakistische

behandeling van de analyse wordt veel meer de nadruk op de topologische structuur gelegd dan vroeger gebruikelijk was. De invloed, die van het werk van Bourbaki uitgaat, is groot, en reeds duidelijk merkbaar bij de nieuwste ontwikkeling van de wiskunde. Toch zou ik niet gaarne het denkbeeld willen propagieren om nu maar en bloc op Bourbaki over te schakelen, en al het andere over boord te gooien. Dat zou wel enige bezwaren met zich mee brengen. In de eerste plaats is het werk, zoals ik U al zei, niet geschikt voor beginners. In de tweede plaats weet niemand wanneer het gereed zal komen, en het staat wel vast dat grote, en vooral voor de toepassingen belangrijke, gedeelten van de wiskunde voorlopig nog niet aan de beurt zijn. Tenslotte is de veelkoppige auteur niet vrij van het berijden van enige stokpaardjes van eigen vinding. Samenvattend zou ik voorlopig willen concluderen dat de plaats, die Bourbaki inneemt bij de verzorging van het kleed der wiskunde, een belangrijke is, maar dat nog afgewacht dient te worden of dit een alles overheersende plaats zal worden. Tenslotte is het misschien niet onamusant om te vermelden dat, al spoedig na zijn verschijnen in het openbaar, de heer Bourbaki voorgaf werkzaam te zijn aan de universiteit van Nancago, in welke plaatsnaam U een bekende Franse, maar eveneens een niet minder bekende Amerikaanse universiteitsstad zult herkennen.

Zeer gewaardeerde toehoorders, wij hebben nu enkele aspecten bekeken van de wijze waarop de godin der wiskunde zich voordoet aan de leerling van de middelbare school of aan de volwassen wiskundige. Tot slot van mijn betoog wil ik nog even Uw aandacht vragen voor de ontmoeting met de wiskunde van een tussen die twee uitersten zich bevindende groep mensen, merendeels jonge mensen. Ik bedoel hen die aan een universiteit wiskunde studeren. Zij vormen slechts een betrekkelijk kleine groep in het geheel van alle studenten, maar op hun schouders zal over een luttel aantal jaren mede de verantwoordelijkheid rusten voor de ontwikkeling van onderwijs en onderzoek in de wiskunde, en de manier waarop zij zich van die taak zullen kwijten wordt in belangrijke mate bepaald door wat de universiteit hen thans biedt. En nu voelt U wel aankomen dat wij, na het stellen van de vraag wat de universiteit hen in wetenschappelijk opzicht dan wel dient te bieden, ook bij deze groep in minder dan geen tijd geconfronteerd worden met het probleem van de studieduur. Enerzijds toch is het niet alleen aantrekkelijk voor de docent, maar zelfs zijn plicht, om de studenten niet

onkundig te laten van de stormachtige ontwikkeling der laatste tientallen jaren, en dit gaat onvermijdelijk gepaard met de tendens de studieduur te verlengen. Anderzijds klinken niet alleen uit de maatschappij buiten de universiteit de stemmen van hen, die vragen om jonge afgestudeerden, maar het is ook de stem van het gezond verstand in onszelf die zo spreekt. Het moet immers onwenselijk geacht worden dat iemand te lang student blijft in de engere zin van dat woord, waarbij hij dus het gevoel heeft een vrij precies voor hem uitgestippelde taak te moeten volbrengen alvorens zich wijdere perspectieven openen. Wanneer die taak een te groot aantal jaren gaat vergen, dan zal de animo voor de wijdere perspectieven gedood zijn. Om één punt te noemen: de lust om na het doctoraalexamen aan een promotie te beginnen is verdwenen of althans sterk verminderd. Ondertussen is het nu wel heel mooi om ten aanzien van dit probleem het „enerzijds” en het „anderzijds” te doen horen, maar daarmee is het probleem niet opgelost. Welnu, ik ben geen profet, en de oplossing, zo die er is, zal ook wel niet eenduidig bepaald zijn, maar het zal mij niet verbazen als er, althans in de wiskunde, op den duur twee verschillende doctoraal-examens zullen ontstaan. Het kan ook zijn dat dit niet gebeurt, want hieraan kleven natuurlijk ernstige bezwaren, maar dan zou de tijd, na het doctoraalexamen benodigd voor het bewerken van een profefschrift, in het algemeen wel eens wat langer kunnen worden. Indien wij deze speculaties terzijde laten, dan zijn er echter ook in de huidige omstandigheden al wel enige middelen, die nuttig kunnen werken. Zo kan men bijvoorbeeld de student, speciaal in de latere studie jaren, meer vrijheid laten over welke onderwerpen hij uiteindelijk examen wil doen dan vroeger wel gebruikelijk was. Een ander middel is natuurlijk dat de docent in de eerste studie jaren de behandeling van bepaalde onderwerpen, soms met leedwezen, sterk beknot of zelfs achterwege laat, en in plaats daarvan zijn toehoorders reeds kennis laat maken met begrippen en methoden uit de moderne ontwikkeling van de wiskunde. Zulke veranderingen gaan geleidelijk, maar zijn, over een langer tijdsverloop gezien, niet onbelangrijk. Zo zou het dertig jaar geleden als bijzonder revolutionair gegolden hebben een college over wat toen „moderne algebra” heette in het normale programma op te nemen, maar tegenwoordig is dat overal gebruikelijk, en in overeenstemming daarmee is de aanduiding „modern” dan ook verdwenen. De inleidende behandeling van de meetkunde en de analyse is ook op sommige punten



veranderd. Als ik mij tot de analyse bepaal, dan is dat niet zozeer een verandering in het te bespreken feitenmateriaal dan wel in de benadering daarvan. Die gewijzigde benadering is er op gericht de student alvast te gewennen aan de meer topologische oriëntering van de moderne analyse. In dat opzicht is het interessant om bijvoorbeeld de boeken van G. Kowalewski (Grundzüge der Differential- und Integralrechnung, 1923) en van T. M. Apostol (Mathematical Analysis, 1957) met elkaar te vergelijken. Beide schrijvers beogen een inleiding in de differentiaal- en integraalrekening op strenge grondslag te geven, en zij slagen daarin voortreffelijk, maar het eerste boek dateert uit 1923 en het tweede uit 1957, en dat tijdsverschil is dan ook duidelijk merkbaar. Ik wil dan ook de slotconclusie formuleren dat, ook voor de student, het kleet der wiskunde niet ongewijzigd gebleven is.

Aan het einde van mijn oratie gekomen, moge ik allereerst mijn eerbiedige dank betuigen aan Hare Majesteit de Koningin, die mij tot hoogleraar aan deze universiteit heeft willen benoemen.

#### *Mijne Heren Curatoren,*

U ben ik zeer erkentelijk voor het feit dat U mij voor de benoeming tot hoogleraar in de wiskundige analyse hebt willen voordragen. Ik hoop dat U aan wilt nemen dat ik mij niet laat ontmoedigen door de moeilijkheden, die in deze tijd verbonden zijn aan het beoefenen van wetenschappelijk onderzoek, en waarvan ik in mijn rede getracht heb iets te schetsen. Ik zal mijn beste krachten wijden aan de bevordering van onderwijs en onderzoek in de wiskunde aan deze universiteit.

#### *Mevrouw en Mijne Heren Professoren aan deze Universiteit, in het bijzonder Gij, leden van de Faculteit van Wis- en Natuurkunde,*

Het zal U duidelijk zijn welk een vreugdevol moment het is opgenomen te worden in de kring der hoogleraren aan die Universiteit, waar ik zelf heb gestudeerd. Reeds voor dit officiële gebeuren heb ik het voorrecht gehad met verscheidene van U, speciaal met de ambtgenoten in de Faculteit van Wis- en Natuurkunde, in contact te treden, en ik hoop dat deze contacten zich in de toekomst mogen uitbreiden en tot een hechte samenwerking aanleiding mogen geven.

#### *Hooggeleerde Droste,*

Het is mij een bijzonder voorrecht Uw opvolger te mogen zijn. Van U toch heb ik niet alleen een groot deel van mijn vorming als wiskundige ontvangen, maar Gij zijt ook mijn promotor geweest, en van U heb ik daarbij geleerd van hoeveel belang de vorm is waarin men zijn resultaten giet. Nogmaals is het mij een behoefte U hiervoor zeer te danken.

#### *Hooggeleerde Kloosterman,*

Ook Gij hebt een niet geringe invloed op mijn ontwikkeling gehad, en al ben ik dan niet Uw richting uitgegaan, onze beschouwingswijzen hebben, naar ik geloof, veel met elkaar gemeen. Het verheugt mij dan ook zeer om thans, met U en naast U, de wiskunde aan deze Universiteit te mogen dienen.

#### *Collega's van de Technische Hogeschool te Delft, in het bijzonder de leden van de subafdeling der Wiskunde, ook Gij, Heren Instructeurs in de Wiskunde aan deze Technische Hogeschool,*

Zes jaren heb ik in Uw midden verkeerd, en in die jaren heb ik mijn deel mogen bijdragen aan het onderwijs in de wiskunde aan toekomstige ingenieurs. Houdt U ervan overtuigd dat de herinnering aan de ondervonden vriendschap en medewerking bij mij zal blijven leven. Trouwens, al is aan de samenwerking in engere zin een einde gekomen, de vriendschap blijft bestaan.

#### *Dames en Heren Studenten,*

U zult wel opgemerkt hebben dat ik in het welhaast verstreken uur méér gesproken heb over het kleet der wiskunde dan over haar zelf, méér over uiterlijke bijzonderheden dan over het wezen der zaak. Toch zullen diegenen onder U, die wiskunde studeren (hetzij als hoofdvak, hetzij als bijvak) met dit wezen der zaak in contact willen komen. Het zal mijn streven zijn U dit te vergemakkelijken, en één van de voorname middelen bij dit streven is het gesproken woord. Zo ergens, dan is het immers juist bij wiskundige redeneringen dat een mondelinge

uiteenzetting zoveel kan verduidelijken, wat op papier moeilijk te bevatten lijkt te zijn. U voelt dus wel dat ik in het algemeen geen voorstander ben van de opvatting dat de student het college wel kan ontberen mits hij maar de beschikking krijgt over een goed boek of standaarddictaat, al wil ik het nut van goede boeken of dictaten geenszins ontkennen. Ik hoop dat U van Uw kant niet zult aarzelen om omgekeerd mij te helpen door U tot mij te wenden bij moeilijkheden, of zelfs zodra U dat maar wenselijk voorkomt zonder dat er nu direct van moeilijkheden sprake behoeft te zijn. Aldus kunnen wij dan gezamenlijk iets bijdragen aan de bloei van de wiskunde aan de Leidse Universiteit.

Ik heb gezegd.