

Tentamen Algebra 1, maandag 12 mei 2003, 10.00–13.00 uur

Motiveer steeds je antwoord, en noem de stellingen die je gebruikt.

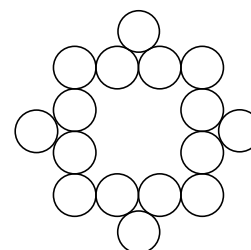
1. Definieer de permutaties $\alpha, \beta \in S_8$ door

$$\alpha = (1\ 2\ 3\ 4\ 5)(1\ 5\ 4\ 3\ 7\ 2\ 8)(4\ 6)$$

$$\beta = (1\ 2\ 3)(5\ 6)(2\ 3\ 8)(4\ 7)$$

- Bereken de orde van α en β .
- Zijn $\alpha\beta$ en $(\alpha\beta)^{2003}$ geconjugeerd in S_8 ?
- Bepaal de orde van de ondergroep $\langle \alpha, \beta \rangle \subset S_8$ voortgebracht door α en β .

2. Het CDA produceert in het kader van de formatie *moederdag-onderzetter*s verkregen door 16 platte kurkjes zoals aangegeven aan een te plakken. De onderzetter is symmetrisch in alle gesuggereerde opzichten, en heeft geen specifieke boven- en onderkant. De kurkjes zijn leverbaar in de kleuren zuurstokroze, babyblauw en mintgroen. Bereken het aantal echt verschillende onderzetter, en laat zien dat dat genoeg is om alle Nederlandse moeders een verschillend exemplaar te geven.



3. Definieer $G, H \subset GL_2(\mathbf{R})$ door

$$G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} : a \in \mathbf{R}^*, b \in \mathbf{R} \right\};$$

$$H = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} : b \in \mathbf{R} \right\}.$$

- Laat zien dat G een ondergroep van $GL_2(\mathbf{R})$ is, en H een ondergroep van G .
 - Laat zien dat H normaal is in G , en dat $G/H \cong \mathbf{R}^*$ geldt.
 - Geldt $G \cong H \times \mathbf{R}^*$?
4. Bepaal de laatste 3 cijfers (in decimale notatie) van 2003^{2003} en van $2003^{2003^{2003}}$.
5. Zij $G = GL_2(\mathbf{F}_3)$ de groep van inverteerbare 2×2 -matrices met coëfficiënten in het lichaam $\mathbf{F}_3 = \mathbf{Z}/3\mathbf{Z}$.
- Wat is de orde van G ?
- Laat G op de natuurlijke manier werken op de 2-dimensionale vectorruimte $V = \mathbf{F}_3^2$ over \mathbf{F}_3 , en op de verzameling X van lijnen door de oorsprong in V .
- Bepaal $\#X$, en kern en beeld van de afbeelding $G \rightarrow S(X)$ gegeven door deze werking.
 - Geldt $SL_2(\mathbf{F}_3)/\{\pm I\} \cong A_4$?

Uitslagen donderdagmiddag op collegekaartnummer op de webpagina van het college.

