

Tentamen Algebra 1, 15 juni 2006, 14:00 – 17:00

Motiveer steeds je antwoord, en noem de stellingen die je gebruikt. Je mag de syllabus, boeken en aantekeningen gebruiken, maar gebruik van een rekenmachine is niet toegestaan.

Opgave 1. Definieer $\sigma, \tau \in S_9$ door

$$\begin{aligned}\sigma &= (1\ 3)(2\ 4\ 6)(3\ 5)(2\ 6\ 4)(2\ 4\ 6\ 8)(8\ 9), \\ \tau &= (1\ 5\ 7)(2\ 3\ 4).\end{aligned}$$

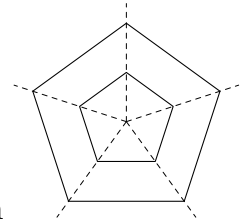
- (a) Bepaal de orde van σ in S_9 .
- (b) Bepaal de orde van $\tau\sigma\tau^{-1}$.
- (c) Bereken $\sigma^{2006^{1506}}$.

Opgave 2. Zij C_6 de cyclische groep van orde zes en S_3 de permutatiegroep op drie elementen. Bepaal $\#\text{Hom}(C_6, S_3)$.

Opgave 3.

- (a) Bestaat er een $a \in \mathbf{Z}$ zodat $15a \equiv 1 \pmod{651}$? Zo ja, bepaal zo'n a .
- (b) Bestaat er een $b \in \mathbf{Z}$ zodat $16b \equiv 1 \pmod{651}$? Zo ja, bepaal zo'n b .

Opgave 4. De symmetriegroep D_5 van de regelmatige 5-hoek werkt op natuurlijke wijze op de verzameling van tien vetgedrukte lijnstukken van het hiernaast afgebeelde spinnenweb.



- (a) Hoeveel banen heeft deze werking?
- (b) We kleuren elk van deze tien lijnstukken goud of zilver. We noemen twee kleuringen equivalent als een element van D_5 de ene in de andere overvoert. Hoeveel niet-equivalente kleuringen zijn er?

Opgave 5. Zij X de verzameling van lijnen in \mathbf{R}^2 die door de oorsprong gaan, en zij $\text{GL}_2(\mathbf{R})$ de groep van inverteerbare 2×2 -matrices met coëfficiënten uit \mathbf{R} . Definieer een werking \circ van $\text{GL}_2(\mathbf{R})$ op X door $A \circ l = \{Av : v \in l\} \in X$ voor $A \in \text{GL}_2(\mathbf{R})$ en $l \in X$.

- (a) Bepaal de stabilisator van de x -as.
- (b) Laat zien dat alle stabilisatoren van elementen uit X geconjugeerd zijn.

De uitslagen zijn vanavond op collegekaartnummer op de webpagina van het college te vinden.