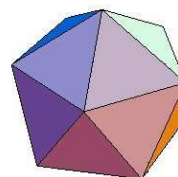


**Opgave 1.** Bepaal de rest bij deling van  $13^{(19^{23})}$  door 22.

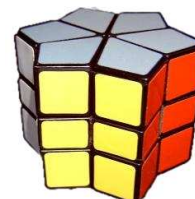
**Opgave 2.** Laat  $G$  de rotatiegroep van de icosaeeder (regelmatig 20-vlak) zijn. Deze groep werkt transitief op de verzameling  $X$  van 30 ribben.

- Hoeveel elementen heeft de stabilisator van zo'n ribbe?
- Leid uit (a) af hoeveel elementen  $G$  heeft.
- Laat  $H$  de stabilisator van een zijvlak zijn. Hoeveel banen heeft  $H$  op  $X$ ?



**Opgave 3.** De ster van Rubik heeft een witte zespuntige ster als boven- en ondervlak, en 12 zijvlakken die elk in drie rechthoekjes verdeeld zijn. We gaan deze 36 zijvlakjes met 6 kleuren kleuren, waarbij elke kleur willekeurig vaak gebruikt mag worden.

- Laat zien dat de symmetriegroep van ruimtelijke rotaties van de hele ster vóór het kleuren 12 elementen heeft.
- We noemen twee kleuringen hetzelfde als de één in de ander overgaat door een ruimtelijke rotatie van de hele ster: we draaien de delen dus niet ten opzichte van elkaar. Hoeveel echt verschillende kleuringen zijn er? Je mag een uitdrukking geven voor het antwoord in plaats van de decimale ontwikkeling.



**Opgave 4.** Hoeveel homomorfismen zijn er van de permutatiegroep  $S_5$  naar de cyclische groep  $C_6$ ? En van  $C_6$  naar  $S_5$ ?

**Opgave 5.** Laat

$$H = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \text{Gl}_2(\mathbf{R}) : c = 0 \right\}$$

- Laat zien dat  $H$  een ondergroep is van  $\text{Gl}_2(\mathbf{R})$ .
- Laat zien dat  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mapsto (a, d)$  een homomorfisme van  $H$  naar  $\mathbf{R}^* \times \mathbf{R}^*$  definieert.
- Geef het centrum van  $H$  en de commutatorondergroep van  $H$ .
- Laat zien dat de kwadraten in  $H$  een ondergroep van index 4 voortbrengen, d.w.z.  $[H : \langle x^2 : x \in H \rangle] = 4$ .