Mathematisch Instituut
Universiteit Leiden

Tentamen Algebra 1, maandag 7 juni 2004, 10.00–13.00 uur

Motiveer steeds je antwoord, en noem de stellingen die je gebruikt.

Opgave 1. (a) Schrijf twee elementen σ, $\tau \in S_{28}$ op met

$$\mathrm{orde}(\sigma) = 35, \qquad \tau\sigma\tau^{-1} = \sigma^2.$$

(b) Toon aan: voor *iedere* $\sigma \in S_{28}$ met $\mathrm{orde}(\sigma) = 35$ is er een $i \in \{1, 2, \ldots, 28\}$ met $\sigma(i) = i$.

Opgave 2. Zij G een groep met de eigenschap dat voor alle elementen a, b, $c \in G$ de elementen abc en cba geconjugeerd zijn. Bewijs dat G abels is.

Opgave 3. Een *negenwiel* is een wagenwiel met negen spaken die allemaal paars of geel geschilderd zijn. Hoeveel echt verschillende negenwielen zijn er?

Opgave 4. Zij V_4 de viergroep van Klein.

(a) Hoeveel ondergroepen heeft V_4? En hoeveel hiervan zijn normaal?

(b) Hoeveel niet-injectieve groepshomomorfismen $V_4 \to S_4$ zijn er?

Opgave 5. Stel dat n een positief geheel getal is met

$$2^7 \equiv 2 \bmod n, \qquad 3^7 \equiv 3 \bmod n.$$

Bewijs: voor alle $a \in \mathbf{Z}$ geldt $a^7 \equiv a \bmod n$.