Tentamen algebra 1
26 juni 2014, 10:00 – 13:00
Gorlaeusgebouw, zaal 4/5

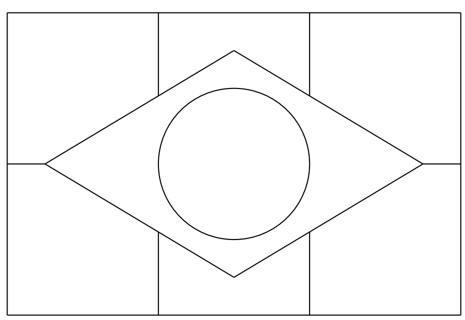
- Je mag de syllabus en aantekeningen gebruiken, maar geen rekenmachine. Je mag opgaven 2.46, 2.49 en 8.13 gebruiken.
- Bewijs steeds je antwoord en noem de resultaten die je gebruikt.
- Het tentamen bestaat uit 6 opgaven die elk 15 punten waard zijn en het tentamencijfer is punten/10+1.
- Schrijf op het tentamen of je uit Leiden of Delft komt, en schrijf er het studentnummer van je eigen universiteit op.

Opgave 1. Laat $\sigma_1 = (34)(123)(34)(45)$, $\sigma_2 = (12)(345)(56)(78) \in S_9$.

(a) Schrijf σ_1 en σ_2 in disjunctecykelnotatie en bepaal de orde van σ_1 en de orde van σ_2. [8pt]

(b) Zijn σ_1 en σ_2 geconjugeerd? [7pt]

Opgave 2. Speciaal voor een groot sportevenement ontwierp een bekende supermarktketen de *Riorechthoek*, om bij elke besteding van tien euro aan de klant mee te geven. Een *Riorechthoek* is een rechthoekige vlag met 8 vakken zoals op het plaatje. [15pt]

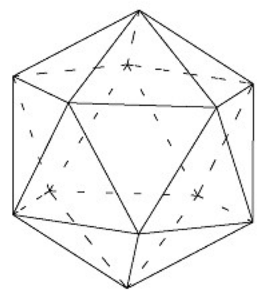


De cirkelschijf wordt blauw gekleurd, de rest van de ruit geel, en voor de overige zes vakken zijn 10 tinten groen beschikbaar. Twee *Riorechthoeken* heten "hetzelfde" als ze door vlakke rotaties en/of spiegelingen in elkaar overgevoerd kunnen worden. Bepaal het aantal "echt verschillende" *Riorechthoeken*.

Opgave 3. Bepaal de rest bij deling door 41 van het getal $2^{2014^{2013}}$. [15pt]
Je mag zonder bewijs gebruiken: $2^{10} \equiv -1 \bmod 41$ (maar het hoeft niet).
Waarschuwing: $x^{y^z} = x^{(y^z)} \neq (x^y)^z = x^{y \cdot z}$.

Vergeet de opgaven op de achterkant niet!

Opgave 4. De icosaëder is het regelmatige twintigvlak, zie figuur.



Deze heeft twaalf hoekpunten. Zij G de symmetriegroep van de icosaëder.

(a) Geef de orde van de stabilisator in G van een hoekpunt. Hierbij volstaat een *beknopte* uitleg waarom dit antwoord correct is. [8pt]

(b) Bepaal de orde van G. Hint: gebruik (a). [7pt]

Opgave 5.

(a) Zij $n \geq 2$ geheel. Laat zien: $\#\mathrm{Hom}(S_n, C_6) = 2$. [8pt]

(b) Zij D_{12} de diëdergroep van 24 elementen. Laat zien: D_{12} heeft precies drie ondergroepen van orde 12. Hint: dit heeft iets te maken met homomorfismen naar C_2. [7pt]

Opgave 6. Zij G een groep die transitief werkt op een verzameling X. Bewijs dat de stabilisatoren van alle elementen van X gelijk zijn dan en slechts dan als de stabilisator van één element normaal is in G. [15pt]

- Na afloop van het tentamen is er een evaluatielunch van de vakken van het Leidse tweede semester Wiskunde in zaal 176 van het Snelliusgebouw.
- Cijfers staan waarschijnlijk vanavond op studentnummer op de webpagina van het vak.