

== Tussentoets Analyse 1 - W ==

Maandag 19 oktober 2009, 10.00-12.00u

- Schrijf op ieder vel je naam en studentnummer.
- Er zijn **vier** opgaven. Elk antwoord dient gemotiveerd te worden met een (korte) berekening, redenering of verwijzing naar de theorie.
- Het gebruik van een (grafische) rekenmachine is toegestaan. Bedenk wel, dat exacte antwoorden worden gevraagd, tenzij anders vermeld staat!

Succes!

1.) Bekijk de functie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeven door

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}, & x < 0, \\ \arctan(2x+1) - \frac{\pi}{4}, & x \geq 0. \end{cases}$$

- Toon aan dat f continu is.
- Is f differentieerbaar in 0? Bewijs je antwoord!
- Bereken $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ en $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
- Toon aan dat f strict stijgend is op \mathbb{R} .
- Bepaal het bereik van f op $(-\infty, 0)$, op $[0, \infty)$ en op heel \mathbb{R} .
- Bereken een functievoorschrift voor de inverse f^{-1} van f op \mathbb{R} .

2.) Bekijk de functie $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeven door

$$g(x) = \ln(1 + x^2 e^{-x^2}).$$

- Bepaal $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$.
- Bepaal plaats, aard en grootte van de extremen van g op $[-2, \infty)$.

3.) De kromme C in \mathbb{R}^2 is gegeven door de vergelijking

$$\tan(xy^2) = \frac{1}{2}y + \sin^2 x.$$

Bereken een vergelijking voor de raaklijn aan C in het punt $(\frac{\pi}{4}, 1)$.

- (a) Formuleer de Middelwaardestelling.
- (b) Bewijs met de Middelwaardestelling, dat

$$e^{-x^2} > 1 - 2x^2, \quad \text{voor alle } x \in \mathbb{R}, x \neq 0.$$

Opgave	1	2	3	4	totaal
Punten:	20 (4+3+3+3+2+5)	14 (2+12)	8	8 (3+5)	50