

Tentamen Analyse 1 (wis)

Vrijdag 8 juni 2012, 14:00-17:00 uur

- Schrijf op ieder vel je naam en studentnummer.
 - Er zijn **vijf** opgaven. Vergeet de achterkant niet!
 - Ieder antwoord dient gemotiveerd te worden met een (korte) berekening, redenering of verwijzing naar de theorie.
 - Het gebruik van een (grafische) rekenmachine is toegestaan, dat van een formulekaart niet. Bedenk wel dat exacte antwoorden worden gevraagd, tenzij anders vermeld staat.
-

- 1.) De functie f heeft als domein de vereniging van de intervallen $(-\infty, -2)$ en $(-2, \infty)$ en is daar gegeven door het voorschrift:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + 5x + 4}{x + 2} & \text{voor } x < 0, x \neq -2; \\ 2 & \text{voor } x = 0; \\ 2 - x^2 e^{-x} & \text{voor } x > 0. \end{cases}$$

- (a) Is f continu in 0? Beargumenteer het antwoord.
- (b) Is f differentieerbaar in 0? Beargumenteer het antwoord.
- (c) Bepaal de afgeleide van f in alle punten van zijn domein waar f differentieerbaar is.
- (d) Bepaal alle asymptoten (horizontaal, verticaal, schuin) van f .
- (e) Bepaal alle extrema van f op zijn domein. Geef niet alleen plaats en grootte, maar vermeld ook of het om een maximum of een minimum gaat en stel, zonder een rekenmachine te gebruiken, vast of het betreffende extremum lokaal of globaal (absoluut) is.
- 2.) Beargumenteer of de volgende reeks convergent of divergent is:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{1}{n}.$$

Zie ommezijde

3.) (a) Bepaal de convergentiestraal R van de machtreeks

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2+1} x^n.$$

(b) Toon aan dat de functie $F: (-R, R) \rightarrow \mathbb{R}$ gedefinieerd door

$$F(t) = \int_{-t}^{\sin(t)} \cos \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2+1} x^n \right) dx$$

differentieerbaar is op $(-R, R)$ en bereken $F'(0)$.

(c) Bepaal het tweedegraads Taylorpolynoom rond 0 van de functie $g: (-R, R) \rightarrow \mathbb{R}$ gegeven door

$$g(t) = \int_0^t \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2+1} x^n dx.$$

4.) Laat K de kromme in het vlak zijn, gedefinieerd door

$$K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^5 + x + \cos y + y = 1\}.$$

Gegeven is hier dat er een open interval I bestaat dat 0 bevat en een door K impliciet gedefinieerde oneindig vaak differentieerbare functie $f: I \rightarrow \mathbb{R}$, met $f(0) = 0$, zodanig dat $(x, f(x))$ op de kromme K ligt, voor alle $x \in I$.

(a) Bereken $f'(0)$.

(b) Bereken $f''(0)$.

5.) Bereken de volgende bepaalde dan wel onbepaalde integralen:

(a)

$$\int_0^1 \ln(1+x^2) dx,$$

(b)

$$\int \frac{\cos(1+\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx,$$

(c)

$$\int \frac{4x^2 - 2}{(4x^2 + 4x + 2)(x + 1)} dx.$$

Puntenverdeling:

Opgave:	1	2	3	4	5	Totaal
Punten:	28	5	25	15	27	100
	(3+4+4+6+11)	(5)	(5+11+9)	(8+7)	(9+8+10)	