

Tentamen Analyse 1NA en 1W

Vrijdag 11 januari 2013, 14:00-17:00 uur

- Schrijf op ieder vel je naam en studentnummer.
 - Er zijn **vijf** opgaven. **VERGEET DE ACHTERKANT NIET!**
 - Ieder antwoord dient gemotiveerd te worden met een (korte) berekening, redenering of verwijzing naar de theorie.
 - Het gebruik van een (grafische) rekenmachine is toegestaan, dat van een formulekaart niet. Bedenk wel dat exacte antwoorden worden gevraagd, tenzij anders vermeld staat.
-

1.) De functie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ wordt voor alle (!) reële getallen gegeven door het voorschrift:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 5x + 7}{x + 3} & \text{voor } x < -3; \\ 0 & \text{voor } x = -3; \\ \frac{x^2 + 5x + 7}{x + 3} & \text{voor } -3 < x < -2; \\ 1 & \text{voor } x = -2; \\ -x - e^{-x} + e^2 - 1 & \text{voor } x > -2. \end{cases}$$

- (a) Is f continu in -2 ? Beargumenteer het antwoord.
 - (b) Is f differentieerbaar in -2 ? Beargumenteer het antwoord.
 - (c) Bepaal de afgeleide van f buiten de punten -3 en -2 .
 - (d) De afgeleide van f heeft op het open interval $(-2, \infty)$ alleen 0 als nulpunt. Toon dit aan.
 - (e) Bepaal alle asymptoten (horizontaal, verticaal, schuin) van f .
 - (f) Bepaal alle extrema van f . Geef niet alleen plaats en grootte, maar vermeld ook of het om een maximum of een minimum gaat en stel, zonder een rekenmachine te gebruiken, vast of het betreffende extremum lokaal of globaal (absoluut) is.
- 2.) Beargumenteer of de volgende reeksen absoluut convergent, voorwaardelijk convergent of divergent zijn. Geef duidelijk aan welke stellingen gebruikt worden.

(a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln \left(1 + \frac{1}{n} \right),$$

(b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} \cdot \sin n}{(n+1)^2},$$

(c)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(n - \sqrt{n^2 + n} \right).$$

3.) Bepaal de verzameling van alle x waarvoor de machtreeks

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n + 1}{e^{2n} + n} x^n$$

convergeert.

4.) Laat $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeven zijn door $f(x) = e^x + \sin x$.

(a) Bepaal het derde orde Taylorpolynoom $P_3(x)$ van f rond 0.

(b) Toon aan dat, voor alle x met $-3 \leq x \leq 3$,

$$|f(x) - P_3(x)| \leq \frac{7x^4}{6}.$$

5.) Bereken de volgende bepaalde dan wel onbepaalde integralen:

(a)

$$\int_0^1 \frac{(\arctan x)^{2013}}{x^2 + 1} dx,$$

(b)

$$\int \frac{9x^2 + 15x + 8}{(x + 1)(9x^2 + 12x + 5)} dx,$$

(c) (i)

$$\int x \cos x dx,$$

(ii)

$$\int x \sin^2 x dx.$$

Opgave:	1	2	3	4	5	Totaal
Punten:	27	20	9	15	29	100
	(3+4+3+4+6+7)	(8+6+6)	(9)	(7+8)	(8+10+(8+3))	