Deeltentamen Analyse 2b

Maandag 17 mei 2004, 10:00-12:00

- Schrijf op ieder vel uw naam en studentnummer, de versie van het tentamen dat u maakt (volledig of deel), de naam van uw docent (S. Hille, V. Rottschäfer) en uw studierichting.
- Deze opgaven zijn bestemd voor studenten die deel hebben genomen aan het eerste deeltentamen, Analyse 2a, en daarvoor het cijfer 6 of hoger hebben gehaald. In andere gevallen moet u het volledige tentamen Analyse 2 maken.
- Geef niet alleen antwoorden, leg elke stap uit die u maakt.
- Een (grafische) rekenmachine is toegestaan. Een formuleblad niet. Bedenk wel, dat exacte antwoorden worden gevraagd, tenzij anders vermeld staat!

Succes!

1.) Laat $D = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 |\ x^2+y^2+z^2 \leq 1,\ |z| \leq \frac{1}{2}\}$.

(a) Bereken het volume van D.

Laat $S = \{(x,y,z) \in \mathbf{R}^3 |\ x^2+y^2+z^2 = 1,\ |z| \leq \frac{1}{2}\}$ met een van de oorsprong weggericht normaalvectorveld $\hat{\mathbf{N}}$.

(b) Bepaal de flux uit S van het vectorveld $\mathbf{F}(x,y,z) = 3xy^2\mathbf{i} + (z^2 - y^3)\mathbf{j} + 2z\mathbf{k}$, dat wil zeggen

$$\int_S \mathbf{F} \bullet d\mathbf{S} = \int_S \mathbf{F} \bullet \hat{\mathbf{N}}\ dS.$$

2.) Zij $\mathbf{F} : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ gedefinieerd door

$$\mathbf{F}(x,y,z) = (z-2)\cos y\ \mathbf{i} + (x\sin(\tfrac{\pi}{4}z) - x(z-2)\sin y)\mathbf{j} + x\cos y\ \mathbf{k}.$$

(a) Bereken curl $\mathbf{F}$.

Laat C de doorsnijdingskromme zijn van de omwentelingsparaboloïde $z = x^2+y^2$ en het vlak $z = 2$. C heeft een oriëntatie met de klok mee, gezien vanaf hoog op de z-as.

(b) Bereken $\oint_C \mathbf{F} \bullet d\mathbf{r}$.

!! Vervolg op achterkant !!

Laat het georiënteerde oppervlak S gegeven zijn door

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 |\ x^2 + y^2 = z,\ 1 \leq z \leq 2\}$$

met een naar buiten gericht normaalvectorveld $\hat{\mathbf{N}}$.

(c) Schets S.

(d) Welke oriëntatie wordt door het normaalvectorveld $\hat{\mathbf{N}}$ geïnduceerd op de rand van S, gezien vanaf hoog op de z-as ? Geef dit aan in de schets uit (c).

(e) Bereken

$$\int_S \text{curl } \mathbf{F} \bullet d\mathbf{S} = \int_S \text{curl } \mathbf{F} \bullet \hat{\mathbf{N}}\ dS.$$