

Hertentamen Analyse 2

Maandag 18 augustus 2008, 10:00-13:00

- Schrijf op ieder vel uw naam, studentnummer en studierichting, en de naam van uw docent (F. den Hollander, V. Rottschäfer).
- Geef niet alleen antwoorden, maar leg berekeningen ook uit.
- Een (grafische) rekenmachine is toegestaan als hulpmiddel. Bedenk daarbij wel dat alleen exacte antwoorden goed worden gerekend en geen benaderingen. Een formuleblad is niet toegestaan.

Succes!

1.) Zij C de gesloten kromme in \mathbf{R}^3 gegeven door de doorsnede van de oppervlakken

$$\begin{aligned} S_1 &= \{(x, y, z): 9x^2 + y^2 = 9\}, \\ S_2 &= \{(x, y, z): x + 2y + 3z = 6\}. \end{aligned}$$

Geef C een oriëntatie tegen de klok in van hoog op de z -as gezien. Zij $\mathbf{F}: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ gedefinieerd door

$$\mathbf{F}(x, y, z) = xy \mathbf{i} + yz \mathbf{j} + xz \mathbf{k} = (xy, yz, xz).$$

- (a) Schets C en geef de oriëntatie van C aan.
(b) Bereken de lijnintegraal

$$\oint_C \mathbf{F} \bullet d\mathbf{r}.$$

Zij S dat deel van S_2 wat binnen S_1 ligt, met een oriëntatie gegeven door het normaalvectorveld $\hat{\mathbf{N}}$ dat naar binnen wijst.

- (c) Schets S and $\hat{\mathbf{N}}$.
(d) Bereken curl \mathbf{F} .
(e) Bereken de fluxintegraal

$$\int_S \text{curl } \mathbf{F} \bullet d\mathbf{S} = \int_S \text{curl } \mathbf{F} \bullet \hat{\mathbf{N}} dS.$$

!! Vervolg op achterkant !!

2.) Zij S het oppervlak in \mathbf{R}^3 gegeven door

$$S = \{(x, y, z): 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2, z = xy\},$$

met een normaalvectorveld $\hat{\mathbf{N}}$ dat naar boven gericht is.

(a) Bereken de oppervlakte van S .

Zij $\mathbf{F}: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ gedefinieerd door

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \mathbf{i} + \mathbf{j} + z \mathbf{k} = (1, 1, z).$$

(b) Bereken de flux

$$\int_S \mathbf{F} \bullet d\mathbf{S} = \int_S \mathbf{F} \bullet \hat{\mathbf{N}} dS.$$

3.) Zij $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ gedefinieerd door

$$f(x, y) = (x - y) \sin(x) \sin(y)$$

en laat

$$\bar{D} = \{(x, y): |x + y| \leq \frac{1}{2}\pi\}$$

$$D = \{(x, y): |x + y| < \frac{1}{2}\pi\}$$

$$l = \{(x, y): x - y = \frac{1}{2}\pi\}.$$

(a) Schets de niveaulijnen behorende bij $f(x, y) = 0$ en geef aan waar f positief respectievelijk negatief is. Schets ook D in hetzelfde figuur.

(b) Bepaal de kritieke punten van f in D . Schets de locatie van deze kritieke punten in de figuur van onderdeel (a).

Hint: Merk op dat niet alle punten expliciet gegeven kunnen worden.

(c) Geef aan welke kritieke punten extrema en welke zadelpunten zijn. Geef bij de extrema aan of dit maxima of minima zijn.

(d) Bepaal ook de extrema van f op dat deel van de lijn l wat binnen \bar{D} ligt. Geef daarbij plaats, aard en grootte.