

Tentamen Caleidoscoop

20 december 2012 14.00-17.00 uur

Opgave 1

Bepaal voor welke reële getallen $x \in \mathbb{R}$ de volgende bewering waar is:

$$\neg[x \leq 21 \Rightarrow x > 15].$$

Opgave 2

- a) Geef alle samenhangende enkelvoudige vlakke grafen met evenveel takken als gebieden (bij gekozen vlakke representatie).
- b) Een rij reële getallen $\{a_i\}_{i=0}^\infty$ voldoet aan de volgende eigenschap:

$$\exists a : \forall \epsilon > 0 : \exists N : \forall i > N : |a - a_i| < \sqrt{\epsilon}$$

Bewijs dat deze rij convergent is.

- c) Schrijf in de vorm $a + bi$, met $a, b \in \mathbb{R}$: $(-\sin(\frac{7}{5}\pi) + i \cos(\frac{12}{5}\pi))^{-122112211221}$.
- d) Welke volledige bipartiete grafen $K_{n,m}$ zijn vlak?

Opgave 3

Op $\mathbb{R}$ definiëren we de relatie $\sim$ als volgt:

$$a \sim b \Leftrightarrow [\exists q \in \mathbb{Q} : a - b = q\pi].$$

- a) Laat zien dat dit een equivalentierelatie is.
- b) Bepaal de mogelijke kardinaliteiten van de equivalentieklassen.

Opgave 4

- a) Formuleer het Lemma van Zorn.
- b) We voorzien $\wp(\mathbb{R}) \setminus \{\mathbb{R}\}$ van de standaard partiële ordening $\subset$. Laat zien dat deze partieel geordende verzameling níét aan de voorwaarde van het Lemma van Zorn voldoet.
- c) Bevat de verzameling uit opgave b) een maximaal element?