Mathematisch Instituut
Universiteit Leiden

Toets Lineaire Algebra 1 - 25 oktober 2012, 10:00 – 12:00

Motiveer steeds je antwoord.

Opgave 1. Bepaal de afstand van $P = (1,2,3) \in \mathbf{R}^3$ tot het vlak V in $\mathbf{R}^3$ gegeven door $x - 2y + 3z = 1$.

Opgave 2. Zij $A : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ de spiegeling in de y-as en zij $B : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ de spiegeling in de lijn gegeven door $3x + 4y = 0$.
(a) Geef de matrixrepresentatie van A.
(b) Geef de matrixrepresentatie van B.
(c) Bereken AB en BA.

Opgave 3. Laat A de volgende 3×7 matrix over $\mathbf{R}$ zijn:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & -1 & 3 & 11 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 3 & 6 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & -1 & 5 & 16 & 2 \end{pmatrix}.$$

(a) Bepaal de gereduceerde row-echelonvorm van A.
(b) Bepaal $\ker(A)$, dat wil zeggen, vind een stel vectoren die de kern van A opspannen.

Opgave 4. Zij $V = \mathbf{R}^{\mathbf{N}} = \{f : \mathbf{N} \to \mathbf{R}\}$, de $\mathbf{R}$-vectorruimte van functies van $\mathbf{N}$ naar $\mathbf{R}$. Beschouw voor $\lambda \in \mathbf{R}$ de afbeelding

$$R_\lambda : V \to V,\ (x_0, x_1, x_2, \ldots) \mapsto (\lambda, x_0, x_1, \ldots).$$

Laat

$$S : V \to V,\ (x_0, x_1, x_2, \ldots) \mapsto (x_1, x_2 \ldots).$$

(a) Bewijs: R_λ is lineair $\iff \lambda = 0$.
(b) Zijn de afbeeldingen S en R_0 injectief? Surjectief?
(c) Laat zien: $SR_0 = \mathrm{id}_V$.