Hertentamen Lineaire algebra 2

24 maart 2009, 10:00–13:00

Dit is *geen* open-boek-tentamen. Alleen de hulp van een niet-programmeerbare rekenmachine is toegestaan.

Motiveer al je antwoorden!

Opgave 1. Laat $\sigma\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ de projectie op het vlak $V\colon\ x - 2y + z = 0$ zijn.

(a) Geef een basis van $\mathbb{R}^3$ bestaande uit eigenvectoren van σ.

(b) Geef de matrix van σ ten opzichte van de standaardbasis van $\mathbb{R}^3$.

(c) Is σ een normale afbeelding?

Opgave 2.

(a) Geef een basis over $\mathbb{R}$ van de vectorruimte

$$V = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4\colon\ x + 2y - z + w = 0\}.$$

(b) Geef een orthonormale basis van V.

Opgave 3. Beschouw de kwadratische vorm $q(x, y) = 17x^2 + 18xy - 7y^2$.

(a) Bepaal een symmetrische matrix A zodat

$$q(x, y) = (x, y)\ A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

(b) Bepaal twee reële getallen a, b en een orthogonale afbeelding f van $\mathbb{R}^2$ naar $\mathbb{R}^2$ zodat $q(f(u, v)) = au^2 + bv^2$ voor all $u, v \in \mathbb{R}$.

Opgaven 4 en 5: **Z.O.Z.**

Opgave 4. Geef het kararakteristiek polynoom, de eigenwaarden, de eigenruimten, de gegeneraliseerde eigenruimten en de Jordan normaalvorm van de matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Opgave 5. Laat $A = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$.

(a) Bereken de gegeneraliseerde eigenruimten van A.

(b) Geef matrices D, N, met D diagonaliseerbaar, N nilpotent, $DN = ND$, en $A = D + N$.

(c) Bereken e^A.

— SUCCES!! —