Tentamen Lineaire algebra 2

4 januari 2011, 14:00–17:00, Gorlaeus C4/5

Het tentamen is *geen* open-boek-tentamen. Alleen de hulp van een niet-programmeerbare rekenmachine is toegestaan.

Motiveer al je antwoorden!

Opgave 1. Laat zien dat er geen x, y in $\mathbb{R}$ bestaan waarvoor de matrix

$$\begin{pmatrix} x & 1 \\ x & y \end{pmatrix}$$

orthogonaal is.

Opgave 2. Voor elk geheel getal $n \geq 1$ laten we A_n de $n \times n$-matrix zijn die uit n^2 keer het getal 1 bestaat. Dus $A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

(a) Geef de eigenwaarden en eigenruimten van A_3.

(b) Geef het minimumpolynoom en het karakteristiek polynoom van A_n.

(c) Geef de Jordan normaalvorm van A_n.

Opgave 3. Laat $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$.

(a) Geef matrices D en N met D diagonaliseerbaar, N nilpotent, $DN = ND$ en $A = D + N$.

(b) Geef een formule voor de 2×2 matrix e^A.

Opgave 4. Voor welke $x \in \mathbb{R}$ is de matrix

$$\begin{pmatrix} x & x & 0 \\ x & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

positief definiet?

— Z.O.Z. —

Opgave 5. Beschouw de 3-dimensionale vectorruimte $\mathbb{C}^3$ met zijn standaard hermites inproduct. Laat V de 2-dimensionale deelruimte over $\mathbb{C}$ zijn die wordt opgespannen door de vectoren $(2, i, 2i)$ en $(2-3i, 6+i, -6+2i)$. Hier is $i^2 = -1$.

(a) Geef een orthonormale basis van V.

(b) Bereken de 3×3 matrix van de loodrechte projectie op V ten opzichte van de standaardbasis van $\mathbb{C}^3$.

(c) Controleer dat de matrix bij (b) hermites is. Is voor elke deelruimte V van $\mathbb{C}^3$ de 3×3-matrix van de loodrechte projectie op V hermites?

— SUCCES!! —