

Tentamen Topologie

3 juni 2010, 14:00–17:00

Dit tentamen is *geen* open-boek-tentamen.

Opgave 1. Bewijs of weerleg met een tegenvoorbeeld:

- (a) de doorsnede van twee compacte deelruimten van $\mathbb{R}^2$ is compact;
- (b) de doorsnede van twee samenhangende deelruimten van $\mathbb{R}^2$ is samenhangend;
- (c) de doorsnede van twee complete deelruimten van $\mathbb{R}^2$ is compleet.

[3, 3, 3 punten]

Opgave 2. Geef een matrix van 12 ja/nee antwoorden die aangeven of de vier deelruimten van $\mathbb{R}^2$ in de eerste kolom van de tabel hieronder de eigenschappen in de eerste rij hebben. Je hoeft er geen uitleg bij te geven.

	compact	compleet	samenhangend
$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x^2 + y^2 < 10\}$			
$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2: 0 \leq xy \leq 1\}$			
$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2: xy > 1\}$			
$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x \in \mathbb{Q} \text{ of } y \in \mathbb{Q}\}$			

[12 punten]

Opgave 3. Stel dat X en Y topologische ruimten zijn, en laat $f: X \rightarrow Y$ een continue afbeelding zijn. De grafiek van f is de topologische deelruimte $\Gamma = \{(x, f(x)): x \in X\}$ van $X \times Y$.

- (a) Laat zien dat Γ homeomorf is met X .
- (b) Stel dat Y Hausdorff is. Laat zien dat Γ gesloten is in $X \times Y$.

[5, 5 punten]

Opgave 4. Geef voor de volgende vragen een bewijs van je antwoord.

- (a) Is er een continue surjectieve afbeelding van $\mathbb{R}^2$ naar de cirkel S^1 ?
- (b) Is er een continue surjectieve afbeelding van S^1 naar $\mathbb{R}^2$?
- (c) Is er een continue afbeelding $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow S^1$ waarvoor geldt dat $f(x) = x$ voor alle $x \in S^1$?

[4, 4, 6 punten]

— SUCCES!! —