

Tentamen Wiskundige Structuren

Donderdag 17 januari 2013, 10.00-13.00 uur

Vermeld op elk blad dat je inlevert duidelijk je naam en studentnummer. Rekenmachines en documenten zijn niet toegestaan. Bewijs je beweringen en geef duidelijk aan welke stellingen je gebruikt.

- Laat A en B verzamelingen zijn en $A \times B$ hun Cartesisch product.
 - Geef een definitie van een functie van A naar B .
 - Is er een functie van \emptyset naar A ?
 - Gegeven is een functie $f: A \rightarrow A$ die surjectief is en waarvoor geldt dat $f \circ f = f$. Bewijs dat $f = \text{id}_A$.
- Laat n een natuurlijk getal zijn.
 - Bewijs met behulp van volledige inductie dat $\sum_{j=1}^n 1/j^2 \leq 2 - 1/n$.
 - Formuleer de Monotone Convergentiestelling voor rijen in \mathbb{R} (je hoeft deze hier dus niet te bewijzen).
 - Laat zien dat de reeks $\sum_{j=1}^{\infty} 1/j^2$ convergent is en dat haar som van boven begrensd is door 2.
- Laat A een deelverzameling zijn van \mathbb{R} .
 - Geef een definitie van een supremum en van een maximum van A .
 - Bewijs dat A hoogstens één supremum heeft.
- Laat D een deelverzameling zijn van \mathbb{R} en $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ een functie. Zij c een punt in D .
 - Geef een definitie van continuïteit van f in c .
 - Laat zien: als f continu is in c , dan geldt voor iedere rij (x_n) in D met $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = c$ dat $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = f(c)$.
 - Bewijs dat elke convergente rij in \mathbb{Z} uiteindelijk constant is.
 - Bewijs dat elke functie $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ continu is.
- Formuleer de stelling van Bolzano-Weierstrass (je hoeft deze hier dus niet te bewijzen).
 - Leid uit de stelling van Bolzano-Weierstrass af dat iedere continue functie $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ van boven begrensd is.
- Laat $f: (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ een functie zijn.
 - Geef een definitie van uniforme continuïteit van f .
 - Laat zien dat de functie $f: (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ gegeven door $f(x) = 1/x$ niet uniform continu is.

Succes!