

Tentamen Wiskundige Structuren

Bas Edixhoven

januari 2008

Bewijs al je beweringen. Schrijf kort, duidelijk en net. Rekenmachines en documenten (bijvoorbeeld het dictaat) zijn niet toegestaan. Tijdsduur: 3 uur. Succes!

- Laat A en B verzamelingen zijn, en $f: A \rightarrow B$ een afbeelding. Geef een definitie van bijectiviteit van f .
 - Geef een voorbeeld van een bijectieve afbeelding $f: [0, 1] \rightarrow [-1, 3]$.
 - Geef een voorbeeld van een afbeelding $f: [0, 1] \rightarrow [-1, 3]$ die wel surjectief maar niet bijectief is.
- Laat $x \in \mathbb{R}_{\geq -1}$. Bewijs met inductie dat voor alle n in $\mathbb{N}_{\geq 1}$ geldt dat $(1+x)^n \geq 1+nx$.
- Laat $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeven zijn door $f(x) = 2x/(x^2+1) - 1/(x^4+1)$. Geef een ondergrens en een bovengrens voor het beeld $f[\mathbb{R}]$ van f .
 - Geef een voorbeeld van een $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zodat $f[\mathbb{R}]$ wel een bovengrens heeft, maar geen maximum.
- Los de vergelijking $\bar{5}x + \bar{3} = \bar{10}$ op in $\mathbb{Z}/31\mathbb{Z}$.
- Geef een definitie van convergentie van een reële reeks naar een reëel getal L .
 - Laat $a \in \mathbb{R}$ met $|a| < 1$. Bewijs dat de reeks $\sum_{n=0}^{\infty} a^n$ convergeert.
- Laat $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ en $c \in \mathbb{R}$. Geef een definitie van continuïteit van f in c .
 - Laat $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Geef een definitie van uniforme continuïteit van f .
 - Geef een voorbeeld van uniform continue functies f en g van \mathbb{R} naar \mathbb{R} zodat het product niet uniform continu is.
 - Bewijs of weerleg: als $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ en $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uniform continu zijn, dan is $g \circ f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uniform continu.
- Laat $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ continu zijn. Neem aan dat $f(0) < 0$ and $f(1) > 0$. Bewijs, rechtstreeks uit de definities, dat er een $x \in [0, 1]$ is met $f(x) = 0$.

$$((5+5+5)+10+(5+5)+5+(5+10)+(5+5+5+5)+(15))=90$$