

Tentamen Wiskundige Structuren

Bas Edixhoven

25 januari 2007, 10:00–13:00 uur

Bewijs al je beweringen. Rekenmachines en documenten (bijv. dictaat) zijn niet toegestaan. Veel succes!

- Los in S_9 de vergelijking $(1\ 4)(4\ 5)\sigma(1\ 5\ 7) = (2\ 9\ 1\ 3\ 6)$ op; geef je antwoord in de “vierkante haken notatie” $[\sigma(1)\ \sigma(2)\ \sigma(3)\ \sigma(4)\ \sigma(5)\ \sigma(6)\ \sigma(7)\ \sigma(8)\ \sigma(9)]$.
 - Schrijf $\tau = [\frac{1}{5}\ \frac{2}{1}\ \frac{3}{8}\ \frac{4}{7}\ \frac{5}{2}\ \frac{6}{3}\ \frac{7}{4}\ \frac{8}{9}\ \frac{9}{6}]$ als product van disjuncte cykels.
 - Bereken de orde van τ .
 - Bepaal of τ even of oneven is.
 - Geef τ^{2007} in “vierkante haken notatie”.
- Bewijs met volledige inductie dat voor alle n in $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ geldt:

$$\sum_{k=1}^n k \cdot k! = (n+1)! - 1.$$

- Laat $A = x^3 + x^2 + 4$ en $B = x^2 - 4$ in $\mathbb{Q}[x]$. Bereken $\text{ggd}(A, B)$ en geef P en Q in $\mathbb{Q}[x]$ met $PA + QB = \text{ggd}(A, B)$.
- Laat $n = 2007$. Los op in $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ de vergelijking: $\overline{803} \cdot x = \overline{100}$.
- Geef een definitie van het begrip “Cauchy rij in een metrische ruimte (X, d) ”.
 - Geef een voorbeeld van een (X, d) en een Cauchy rij $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ die niet convergeert; je moet dus bewijzen dat je rij $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ een Cauchy rij is en dat de rij geen limiet heeft.
- Laat X en Y metrische ruimten zijn, en $f: X \rightarrow Y$ een continue afbeelding. Laat $(x_n)_{n=1}^{\infty}$ een rij in X zijn met limiet x_{∞} . Laat zien dat $(f(x_n))_{n=1}^{\infty}$ convergeert naar $f(x_{\infty})$.
 - Geef een voorbeeld van een functie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die continu is, maar niet uniform continu is (nogmaals: bewijs al je beweringen).