Het aantal conjugatieklassen van een eindige groep

Laat G een eindige groep zijn, en geef met $k(G)$ het aantal conjugatieklassen van G aan.

Stel $k(G) = 2$. Dan is $G\backslash\{1\}$ een conjugatieklasse van G, en omdat de grootte van elke conjugatieklasse een deler van de orde van G is, moet $G\backslash\{1\}$ noodzakelijkerwijze uit een enkel element bestaan; dus $\#G = 2$.

Er is een vergelijkbaar, een klein beetje subtieler bewijs van de volgende stelling: voor elk positief geheel getal t zijn er op isomorfie na maar *eindig* veel eindige groepen G met $k(G) = t$; dat aantal is ook positief (waarom?), dus er is voor elke t een eindige groep G van maximale orde met $k(G) = t$; laat $m(t)$ deze maximale orde zijn. Voorbeelden: $m(1) = 1$, en boven zagen we $m(2) = 2$.

Het project bestaat eruit om zoveel mogelijk informatie te verzamelen over de groei van $m(t)$ als functie van t. Er is een ondergrens voor $m(t)$ die een lineaire functie van t is, en een bovengrens die dubbelexponentieel is; kan dit grote gat niet wat kleiner gemaakt worden?

Men kan ook de waarden van $m(t)$ voor kleine waarden van t onderzoeken; tot hoever zijn deze bekend, en met welke methoden zijn ze bepaald?

Literatuuronderzoek zal een belangrijk onderdeel van het project zijn.

Een zijpad kan men inslaan door *oneindige* groepen met slechts eindig veel conjugatieklassen te bestuderen. Is er voor elke $t \in \mathbf{Z}$, $t > 1$, een oneindige groep met precies t conjugatieklassen? Voor $t = 2$ staat in Serre's boek *Trees* een constructie van zo'n groep.

Begeleider: H. W. Lenstra.