Toveren met getallen?

MuseumJeugdUniversiteit, museum Boerhaave, Leiden

Bas Edixhoven

Universiteit Leiden

2010/06/20

Definitie. Laat a en b getallen zijn. Dan heet b een *veelvoud* van a als er een getal c is zodat $b = c{\cdot}a$.

Definitie. Laat a en b getallen zijn. Dan heet b een *veelvoud* van a als er een getal c is zodat $b = c \cdot a$.

Definitie. Laat a en d getallen zijn. Dan heet d een *deler* van a als a een veelvoud van d is.

Definitie. Laat a en b getallen zijn. Dan heet b een *veelvoud* van a als er een getal c is zodat $b = c{\cdot}a$.

Definitie. Laat a en d getallen zijn. Dan heet d een *deler* van a als a een veelvoud van d is.

Definitie. Een *priemgetal* is een natuurlijk getal n, minstens 2, dat alleen deelbaar is door zichzelf en door 1.

Definitie. Laat a en b getallen zijn. Dan heet b een *veelvoud* van a als er een getal c is zodat $b = c \cdot a$.

Definitie. Laat a en d getallen zijn. Dan heet d een *deler* van a als a een veelvoud van d is.

Definitie. Een *priemgetal* is een natuurlijk getal n, minstens 2, dat alleen deelbaar is door zichzelf en door 1.

Voorbeelden: 2 is een priemgetal, 3 ook, maar 4 niet, en 6 ook niet.

Definitie. Laat a en b getallen zijn. Dan heet b een *veelvoud* van a als er een getal c is zodat $b = c{\cdot}a$.

Definitie. Laat a en d getallen zijn. Dan heet d een *deler* van a als a een veelvoud van d is.

Definitie. Een *priemgetal* is een natuurlijk getal n, minstens 2, dat alleen deelbaar is door zichzelf en door 1.

Voorbeelden: 2 is een priemgetal, 3 ook, maar 4 niet, en 6 ook niet.

Het eerste priemgetal na 10^{100} is
1000000000000000000000000000000000000000000000000000
0000000000000000000000000000000000000000000000267.

Definitie. Een *priemgetal* is een natuurlijk getal n, minstens 2, dat alleen deelbaar is door zichzelf en door 1.

Definitie. Een *priemgetal* is een natuurlijk getal n, minstens 2, dat alleen deelbaar is door zichzelf en door 1.

Hulpstelling. Ieder getal n minstens 2 is deelbaar door een priemgetal.

Definitie. Een *priemgetal* is een natuurlijk getal n, minstens 2, dat alleen deelbaar is door zichzelf en door 1.

Hulpstelling. Ieder getal n minstens 2 is deelbaar door een priemgetal.

Bewijs. Laat n een getal zijn dat minstens 2 is.

Definitie. Een *priemgetal* is een natuurlijk getal n, minstens 2, dat alleen deelbaar is door zichzelf en door 1.

Hulpstelling. Ieder getal n minstens 2 is deelbaar door een priemgetal.

Bewijs. Laat n een getal zijn dat minstens 2 is.
Laat p het kleinste getal zijn dat n deelt en dat minstens 2 is.

Definitie. Een *priemgetal* is een natuurlijk getal n, minstens 2, dat alleen deelbaar is door zichzelf en door 1.

Hulpstelling. Ieder getal n minstens 2 is deelbaar door een priemgetal.

Bewijs. Laat n een getal zijn dat minstens 2 is.
Laat p het kleinste getal zijn dat n deelt en dat minstens 2 is.
Alle delers van p zijn ook delers van n, want n is een veelvoud van p.

Definitie. Een *priemgetal* is een natuurlijk getal n, minstens 2, dat alleen deelbaar is door zichzelf en door 1.

Hulpstelling. Ieder getal n minstens 2 is deelbaar door een priemgetal.

Bewijs. Laat n een getal zijn dat minstens 2 is.
Laat p het kleinste getal zijn dat n deelt en dat minstens 2 is.
Alle delers van p zijn ook delers van n, want n is een veelvoud van p.
Dus de enige deler van p die minstens 2 is, is p zelf.

Definitie. Een *priemgetal* is een natuurlijk getal n, minstens 2, dat alleen deelbaar is door zichzelf en door 1.

Hulpstelling. Ieder getal n minstens 2 is deelbaar door een priemgetal.

Bewijs. Laat n een getal zijn dat minstens 2 is.
Laat p het kleinste getal zijn dat n deelt en dat minstens 2 is.
Alle delers van p zijn ook delers van n, want n is een veelvoud van p.
Dus de enige deler van p die minstens 2 is, is p zelf.
Dus is p een priemgetal.

Definitie. Een *priemgetal* is een natuurlijk getal n, minstens 2, dat alleen deelbaar is door zichzelf en door 1.

Hulpstelling. Ieder getal n minstens 2 is deelbaar door een priemgetal.

Bewijs. Laat n een getal zijn dat minstens 2 is.
Laat p het kleinste getal zijn dat n deelt en dat minstens 2 is.
Alle delers van p zijn ook delers van n, want n is een veelvoud van p.
Dus de enige deler van p die minstens 2 is, is p zelf.
Dus is p een priemgetal.
Per definitie is n deelbaar door p. Klaar.

Definitie. Een *priemgetal* is een natuurlijk getal n, minstens 2, dat alleen deelbaar is door zichzelf en door 1.

Hulpstelling. Ieder getal n minstens 2 is deelbaar door een priemgetal.

Stelling (Euclides, ongeveer 2300 jaar geleden). Laat r minstens 1 zijn, en $p_1, p_2, \ldots, p_r$ priemgetallen. Dan is er een priemgetal p dat verschillend is van iedere p_i.

Definitie. Een *priemgetal* is een natuurlijk getal n, minstens 2, dat alleen deelbaar is door zichzelf en door 1.

Hulpstelling. Ieder getal n minstens 2 is deelbaar door een priemgetal.

Stelling (Euclides, ongeveer 2300 jaar geleden). Laat r minstens 1 zijn, en p_1, p_2,..., p_r priemgetallen. Dan is er een priemgetal p dat verschillend is van iedere p_i.

Bewijs. Laat $n = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdots p_r + 1$. Dan is n minstens 2.

Definitie. Een *priemgetal* is een natuurlijk getal n, minstens 2, dat alleen deelbaar is door zichzelf en door 1.

Hulpstelling. Ieder getal n minstens 2 is deelbaar door een priemgetal.

Stelling (Euclides, ongeveer 2300 jaar geleden). Laat r minstens 1 zijn, en p_1, p_2,..., p_r priemgetallen. Dan is er een priemgetal p dat verschillend is van iedere p_i.

Bewijs. Laat $n = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdots p_r + 1$. Dan is n minstens 2. Laat p een priemgetal zijn dat n deelt (dit bestaat vanwege de hulpstelling).

Definitie. Een *priemgetal* is een natuurlijk getal n, minstens 2, dat alleen deelbaar is door zichzelf en door 1.

Hulpstelling. Ieder getal n minstens 2 is deelbaar door een priemgetal.

Stelling (Euclides, ongeveer 2300 jaar geleden). Laat r minstens 1 zijn, en $p_1, p_2, \ldots, p_r$ priemgetallen. Dan is er een priemgetal p dat verschillend is van iedere p_i.

Bewijs. Laat $n = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdots p_r + 1$. Dan is n minstens 2.
Laat p een priemgetal zijn dat n deelt (dit bestaat vanwege de hulpstelling).
Voor iedere i is de rest na deling van n door p_i gelijk aan 1.

Definitie. Een *priemgetal* is een natuurlijk getal n, minstens 2, dat alleen deelbaar is door zichzelf en door 1.

Hulpstelling. Ieder getal n minstens 2 is deelbaar door een priemgetal.

Stelling (Euclides, ongeveer 2300 jaar geleden). Laat r minstens 1 zijn, en $p_1, p_2, \ldots, p_r$ priemgetallen. Dan is er een priemgetal p dat verschillend is van iedere p_i.

Bewijs. Laat $n = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdots p_r + 1$. Dan is n minstens 2.
Laat p een priemgetal zijn dat n deelt (dit bestaat vanwege de hulpstelling).
Voor iedere i is de rest na deling van n door p_i gelijk aan 1.
Maar de rest na deling van n door p is 0.

Definitie. Een *priemgetal* is een natuurlijk getal n, minstens 2, dat alleen deelbaar is door zichzelf en door 1.

Hulpstelling. Ieder getal n minstens 2 is deelbaar door een priemgetal.

Stelling (Euclides, ongeveer 2300 jaar geleden). Laat r minstens 1 zijn, en $p_1, p_2, \ldots, p_r$ priemgetallen. Dan is er een priemgetal p dat verschillend is van iedere p_i.

Bewijs. Laat $n = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdots p_r + 1$. Dan is n minstens 2.
Laat p een priemgetal zijn dat n deelt (dit bestaat vanwege de hulpstelling).
Voor iedere i is de rest na deling van n door p_i gelijk aan 1.
Maar de rest na deling van n door p is 0.
Dus p is verschillend van alle p_i. Klaar.