

Wiskunde en Richard Serra's getordeerde ellips in het Guggenheim te Bilbao

Bas Edixhoven

Universiteit Leiden

2017/11/18

Ars et Mathesis Symposium
Kunst en Wiskunde

We gaan een kijkje nemen in het Guggenheim museum in Bilbao, en de wiskunde achter een 'minimal art' sculptuur van Richard Serra bekijken.

We gaan een kijkje nemen in het Guggenheim museum in Bilbao, en de wiskunde achter een 'minimal art' sculptuur van Richard Serra bekijken.

Het zal blijken dat dit object slechts de helft is van een siamese tweeling, waarvan de andere helft veel interessanter is.

We gaan een kijkje nemen in het Guggenheim museum in Bilbao, en de wiskunde achter een 'minimal art' sculptuur van Richard Serra bekijken.

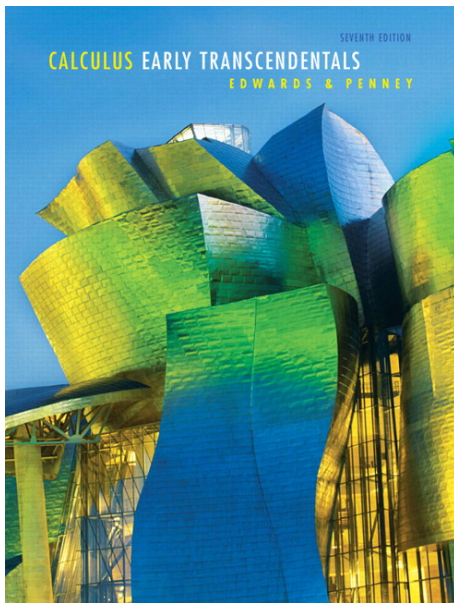
Het zal blijken dat dit object slechts de helft is van een siamese tweeling, waarvan de andere helft veel interessanter is.

Deze slides en het sage-cocalc worksheet staan op mijn homepage <http://pub.math.leidenuniv.nl/~edixhovensj/>, onder 'talks...'

Het Guggenheim museum in Bilbao



Een calculusboek



Richard Serra's "getordeerde ellips"



Hoe is dit oppervlak gemaakt?

Laten we Serra's uitleg bekijken in

http://www.youtube.com/watch?v=iRMvqOwtFno&feature=youtube_gdata_player:
(minuten 16–18).

Hoe is dit oppervlak gemaakt?

Laten we Serra's uitleg bekijken in

http://www.youtube.com/watch?v=iRMvqOwtFno&feature=youtube_gdata_player:
(minuten 16–18).

Het oppervlak is verkregen uit 2 identieke ellipsen in horizontale vlakken, 1 op de grond en in aan de bovenkant, met de lange assen in verschillende richtingen.

Hoe is dit oppervlak gemaakt?

Laten we Serra's uitleg bekijken in

http://www.youtube.com/watch?v=iRMvqOwtFno&feature=youtube_gdata_player:
(minuten 16–18).

Het oppervlak is verkregen uit 2 identieke ellipsen in horizontale vlakken, 1 op de grond en in aan de bovenkant, met de lange assen in verschillende richtingen.

Maar Serra heeft niet gezegd hoe het oppervlak deze twee ellipsen verbindt. Het feit dat de contouren steeds rechte lijnen zijn onthult dit proces.

Hoe is dit oppervlak gemaakt?

Laten we Serra's uitleg bekijken in

http://www.youtube.com/watch?v=iRMvqOwtFno&feature=youtube_gdata_player:
(minuten 16–18).

Het oppervlak is verkregen uit 2 identieke ellipsen in horizontale vlakken, 1 op de grond en in aan de bovenkant, met de lange assen in verschillende richtingen.

Maar Serra heeft niet gezegd hoe het oppervlak deze twee ellipsen verbindt. Het feit dat de contouren steeds rechte lijnen zijn onthult dit proces.

Elke lijn in een contour geeft een vlak door ons oog. Zo'n vlak raakt aan beide ellipsen. De snijlijnen van zo'n vlak met de vlakken waarin de ellipsen liggen zijn raaklijnen aan de ellipsen.

Hoe is dit oppervlak gemaakt?

Het oppervlak is de vereniging van lijnstukken die punten van de 2 ellipsen verbinden waar de raaklijnen parallel zijn.

Hoe is dit oppervlak gemaakt?

Het oppervlak is de vereniging van lijnstukken die punten van de 2 ellipsen verbinden waar de raaklijnen parallel zijn.

Het oppervlak is een deel van de rand van het convexe omhulsel van de 2 ellipsen.

Hoe is dit oppervlak gemaakt?

Het oppervlak is de vereniging van lijnstukken die punten van de 2 ellipsen verbinden waar de raaklijnen parallel zijn.

Het oppervlak is een deel van de rand van het convexe omhulsel van de 2 ellipsen.

Serra beschrijft dit mechanisch:

<http://www.youtube.com/watch?v=G-mBR26bAzA>

Start bij 1:35.

Hoe is dit oppervlak gemaakt?

Het oppervlak is de vereniging van lijnstukken die punten van de 2 ellipsen verbinden waar de raaklijnen parallel zijn.

Het oppervlak is een deel van de rand van het convexe omhulsel van de 2 ellipsen.

Serra beschrijft dit mechanisch:

<http://www.youtube.com/watch?v=G-mBR26bAzA>

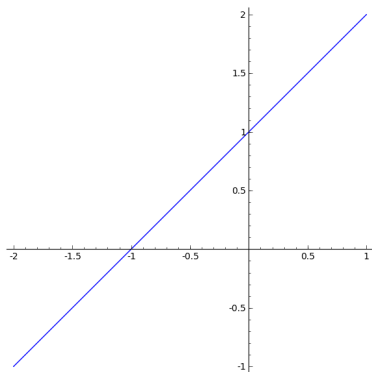
Start bij 1:35.

Hij rolt een vlak langs de twee ellipsen, of hij rolt zijn wiel over een plak van lood. Of denk aan zijn wiel met lijm eraan dat over een vel papier rolt.

Een vergelijking voor het oppervlak?

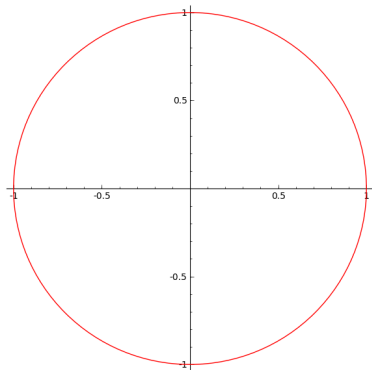
Eerst een oefening in dimensie 2.

Terug naar Nicolas Oresme (14e eeuw). Een vlakke kromme van graad 1.



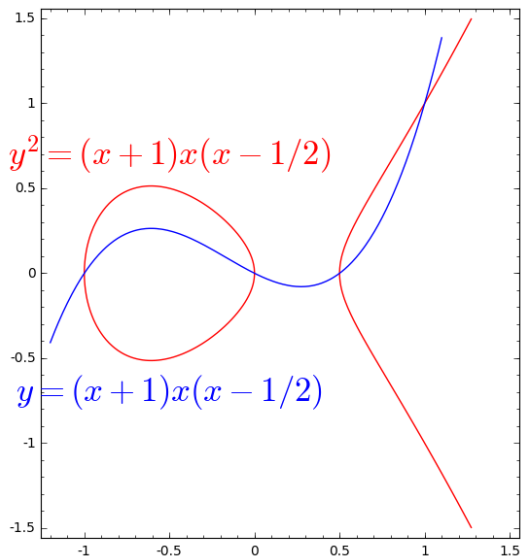
De lijn gegeven door de vergelijking $y = x + 1$.

Een vlakke kromme van graad 2



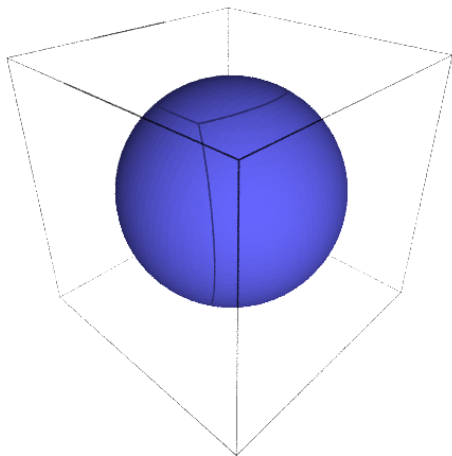
De cirkel gegeven door de vergelijking $x^2 + y^2 = 1$.

Een vlakke kromme van graad 3



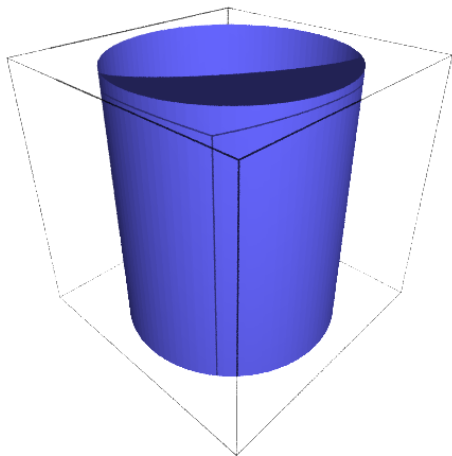
De bol

De vergelijking van de bol is $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

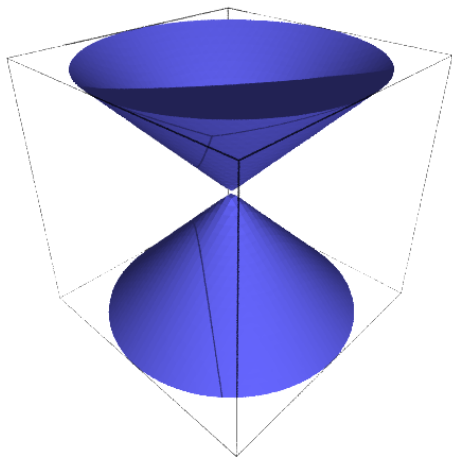


De cilinder

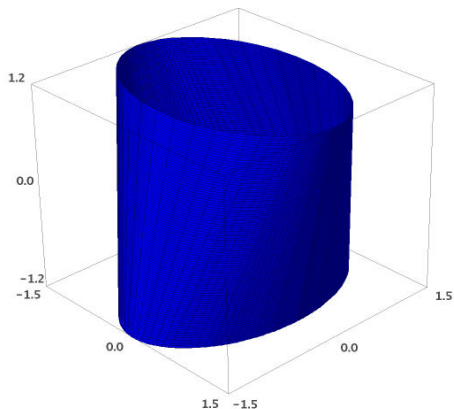
De vergelijking van de cilinder is $x^2 + y^2 = 1$.



De kegel



Een parametrisatie van het oppervlak



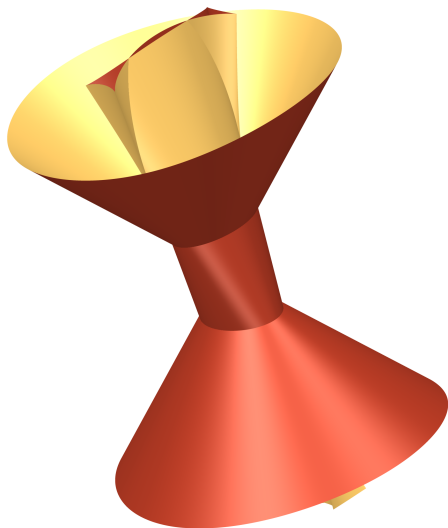
Plaatjes en berekeningen door sage (<https://cocalc.com>).

De vergelijking van het oppervlak

$$\begin{aligned} &16384x^8 + 81920x^6y^2 + 135168x^4y^4 + 81920x^2y^6 + 16384y^8 \\ &- 6144x^6z^2 - 76800x^4y^2z^2 - 76800x^2y^4z^2 - 6144y^6z^2 \\ &- 3776x^4z^4 + 24832x^2y^2z^4 - 3776y^4z^4 - 336x^2z^6 - 336y^2z^6 + 9z^8 \\ &+ 45056x^6z + 30720x^4y^2z - 30720x^2y^4z - 45056y^6z - 20736x^4z^3 \\ &+ 20736y^4z^3 - 5472x^2z^5 + 5472y^2z^5 - 6144x^6 - 76800x^4y^2 \\ &- 76800x^2y^4 - 6144y^6 + 40832x^4z^2 + 77312x^2y^2z^2 + 40832y^4z^2 \\ &- 16560x^2z^4 - 16560y^2z^4 - 612z^6 - 20736x^4z + 20736y^4z \\ &+ 20160x^2z^3 - 20160y^2z^3 - 3776x^4 + 24832x^2y^2 \\ &- 3776y^4 - 16560x^2z^2 - 16560y^2z^2 + 10422z^4 - 5472x^2z \\ &+ 5472y^2z - 336x^2 - 336y^2 - 612z^2 + 9 = 0 \end{aligned}$$

Met dank aan Joan-Carles Lario (UPC Barcelona).

Surfer plot van de vergelijking



De oorsprong van het 'andere deel'

Waar komt het nieuwe stuk vandaan?

De oorsprong van het 'andere deel'

Waar komt het nieuwe stuk vandaan?

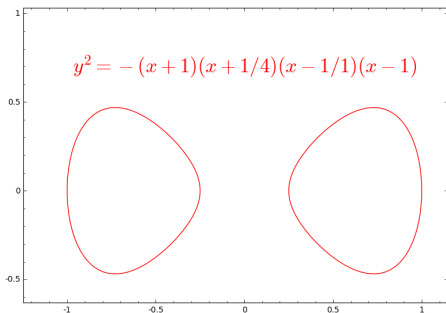
Voor elk punt op de onderste ellips zijn er 2 punten op de bovenste waar de raaklijnen parallel zijn aan die aan de onderste ellips.

De oorsprong van het 'andere deel'

Waar komt het nieuwe stuk vandaan?

Voor elk punt op de onderste ellips zijn er 2 punten op de bovenste waar de raaklijnen parallel zijn aan die aan de onderste ellips.

De verzameling van alle lijnen op het oppervlak is geparametriseerd door een kromme van de vorm:

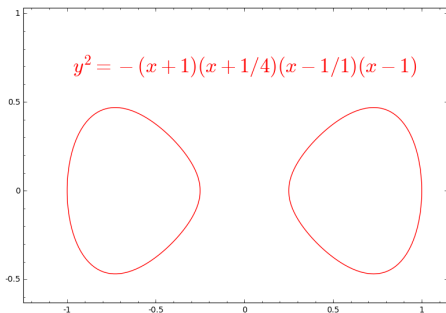


De oorsprong van het 'andere deel'

Waar komt het nieuwe stuk vandaan?

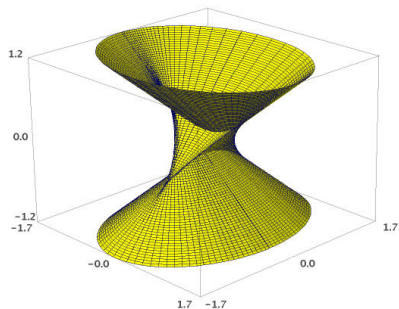
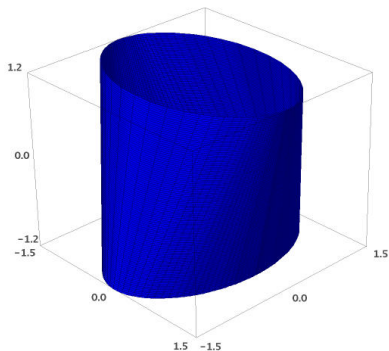
Voor elk punt op de onderste ellips zijn er 2 punten op de bovenste waar de raaklijnen parallel zijn aan die aan de onderste ellips.

De verzameling van alle lijnen op het oppervlak is geparametriseerd door een kromme van de vorm:



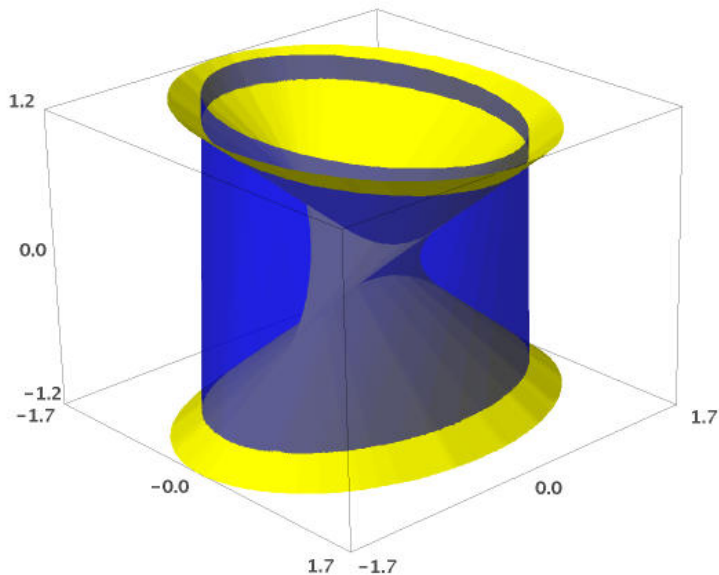
Proces: laat Serra's wiel rollen, 1 wiel boven het papier, en 1 wiel eronder.

De siamese tweelingen, apart



Proces: laat Serra's wiel rollen, 1 wiel boven het papier, en 1 wiel eronder.

De siamese tweeling



3D-printing, Imaginary

Oliver Labs is een wiskundige in Mainz, met interesse voor informatica en design.

Hij heeft de sage output omgezet naar input voor een 3d-printer, zodat ik de siamese tweeling heb kunnen laten printen door Shapeways.

Ga hier vooral eens kijken!

<http://www.oliverlabs.net/>

<http://www.shapeways.com/art/mathematical-art?li=nav>

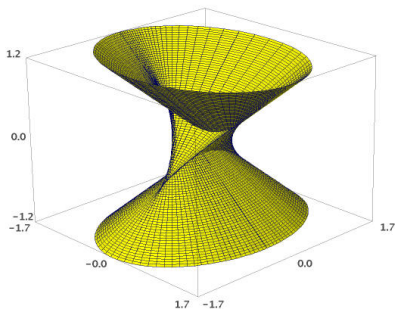
Een andere mooie plek: <https://imaginary.org>. Deze tentoonstelling komt binnenkort definitief in het Boerhaave museum in Leiden.

Het surfer plotprogramma:

<https://imaginary.org/program/surfer>

Een project?

Heeft er iemand zin om het nieuwe deel te realiseren, op een zo groot mogelijke schaal?



Dank u voor uw aandacht!