

# Toets Lineaire algebra I (wiskundigen)

Bas Edixhoven

27 oktober 2016, 11:00–13:00

1. Laat  $a = (2, -1, -1)$  en  $v = (-2, 5, 3)$  in  $\mathbb{R}^3$ .
  - (a) Bepaal  $v_1 \in L(a)$  en  $v_2 \in a^\perp$  met  $v = v_1 + v_2$ , en controleer je antwoord.
  - (b) Geef de afstanden  $d(v, L(a))$  en  $d(v, a^\perp)$ .
2. Laat  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  de spiegeling in het vlak zijn gegeven door de vergelijking  $x+y-3z = 0$ . Laat  $a = (1, 1, -3)$ .
  - (a) Geef de matrix  $A$  die bij  $f$  hoort.
  - (b) Bereken  $A \cdot a$  door dit product van matrix keer vector uit te werken.
  - (c) Had je  $A \cdot a$  ook op een andere manier kunnen berekenen?
3. Laat  $V$  en  $W$  vectorruimten zijn over een lichaam  $F$ ,  $f: V \rightarrow W$  een lineaire afbeelding met  $\ker(f) = \{0\}$ .
  - (a) Bewijs dat  $f$  injectief is.
  - (b) Geef een voorbeeld van een lichaam  $F$ , vectorruimten  $V$  en  $W$ , en een niet injectieve afbeelding  $f: V \rightarrow W$  met  $f^{-1}(\{0\}) = \{0\}$ .
4. Is het waar dat voor alle lichamen  $F$  en vectorruimten  $V$  en deelruimten  $V_1, V_2$  en  $V_3$  geldt dat  $V_1 \cap (V_2 + V_3) = (V_1 \cap V_2) + (V_1 \cap V_3)$ ? Geef een bewijs of een tegenvoorbeeld.