

Wim Luxemburg

California Institute of Technology
Mathematics 253-37
Pasadena CA 91125-0037
Verenigde Staten van Amerika
lux@caltech.edu

Marinus Kaashoek

Vrije Universiteit
Faculteit der Exacte Wetenschappen
De Boelelaan 1081a
1081 HV Amsterdam
kaash@cs.vu.nl

Ben de Pagter

Technische Universiteit Delft
Elektrotechniek, Wiskunde en Informatica
Postbus 5031
2600 GA Delft
b.depagter@ewi.tudelft.nl

In memoriam**Adriaan Cornelis Zaanen (1913–2003)**

In april van vorig jaar is prof.dr. A.C. Zaanen op negenentachtigjarige leeftijd overleden. Van 1956 tot 1981 was hij als hoogleraar analyse aan de Universiteit Leiden verbonden. Hij vormde een invloedrijke onderzoeksgroep, met vele succesvolle promovendi, waaronder de auteurs van dit In Memoriam. Hij was erelid van het Wiskundig Genootschap, lid van de Koninklijke Academie voor Wetenschappen en Ridder in de Orde van de Nederlandse Leeuw.

Adriaan (Aad) Cornelis Zaanen overleed op 1 april 2003. Hij was weduwnaar van Ada Jacoba van der Woude die ongeveer zes jaar eerder was overleden. Samen hadden zij vier zonen, en bij zijn overlijden waren er negen kleinkinderen en twee achterkleinkinderen. Aad Zaanen werd geboren op 14 juni 1913 te Rotterdam en was de oudste zoon in het gezin van Pieter Zaanen en Ariaantje de Bruijn. Zijn vader had een aannemersbedrijf en restaureerde vooral historische gebouwen. Van 1925 tot 1930 bezocht Aad de HBS in Rotterdam. Zijn wiskundeleraar was een broer van de bekende wiskundige J.G. van der Corput.

Wiskundestudent in Leiden

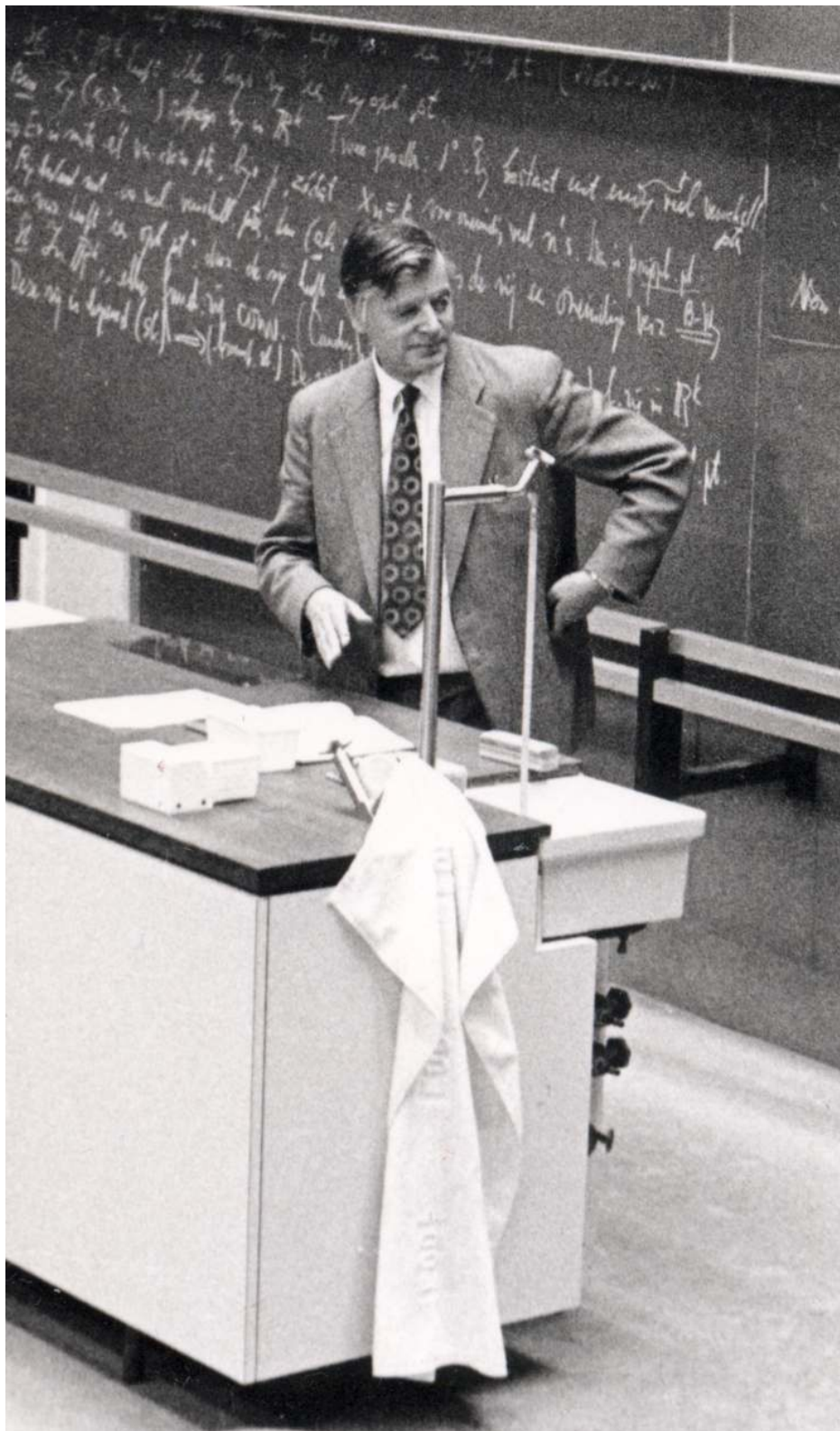
In 1930 slaagde hij voor het eindexamen HBS-B met de bijzondere onderscheiding van de op één na beste in Nederland. Voor deze prestatie ontving hij een studiebeurs. Hij ging wis- en natuurkunde studeren aan de Universiteit in Leiden, met als bijvak sterrenkunde. Zijn interesse ging eerst meer uit naar het vakgebied der natuurkunde. Hij had zelfs nog overwogen zich in te schrijven voor de nieuwe studierichting van natuurkundig ingenieur in Delft. In Leiden werd het al gauw wiskunde. Die keuze was vooral bepaald door de goed verzorgde en inspirerende colleges in de wiskunde van de hoogleraren J. Droste en W. van der Woude en de jonge begaafde lector H.D. Kloosterman. Daarbij kwam nog dat gedurende die tijd Kloosterman speciale caputcolleges verzorgde over meer moderne onderwerpen die toen nog geen deel uitmaakten van het officiële klassieke wiskundeprogramma, zoals Lebesgue-integratie, lineaire operatoren in Hilbert-ruimten, groepentheorie en getallenleer. Na het afleggen in 1935 van het doctoraalexamen begon Aad met zijn studie voor het behalen van de doctorsgraad.

Met J. Droste als promotor promoveerde hij in 1938, op basis van zijn proefschrift *Over reeksen van eigenfuncties van zekere randproblemen*, handelend over het asymptotisch gedrag en de convergentie van reeksen van eigenfuncties van de oplossingen van Sturm-Liouville-randwaardeproblemen. Een prachtig klassiek onderwerp, voortbouwend op het werk op dit gebied van G.B. Birkhoff (1909), A. Haar (1910–1912) en E.W. Hobson (1908–1912).

Leraar en onderzoeker

Gedurende de jaren 1938–1946 was Zaanen leraar wiskunde aan een middelbare school in Rotterdam. In die jaren ontmoette hij ook onder zijn leerlingen zijn toekomstige echtgenote Ada Jacoba van der Woude (geen relatie met de wiskundige Van der Woude). Ondanks zijn drukke en veeleisende leraarsbaan bleef er gelukkig nog wel tijd over om zich verder te verdiepen in de wiskunde.

Door het onderwerp van zijn proefschrift was zijn aandacht getrokken door het in 1935 in de Poolse blauwe serie verschenen boek van A. Zygmund over Fourierreeksen en



Zaanen geeft college in een van de zalen in het Gorlaeuslaboratorium van de Universiteit Leiden (1974).

door het baanbrekende boek *Théorie des Opérations Linéaires* van Stefan Banach, verschenen in dezelfde serie in 1932. Dit laatste werk bracht hem ertoe om ook het nu klassieke standaardwerk van Marshall H. Stone,

Linear Transformations in Hilbert space grondig te bestuderen. Door deze studie begon Zaanen meer en meer geïnteresseerd te raken in de algemene theorie der integraalvergelijkingen, waarvoor de grondslag gelegd was

door D. Hilbert rond 1912. Vooral ook omdat dit type van vergelijkingen een belangrijke rol speelt in de randwaardeproblemen onderzocht in zijn proefschrift. Aanvankelijk ging dit hoofdzakelijk om integraalvergelijkingen met symmetrische kernen, die optreden bij de zogenaamde zelfgeadjungeerde randwaardeproblemen waarvan de Greense functie symmetrisch is. Voor bepaalde niet-symmetrische kernen werd rond 1910 door de Franse wiskundige J. Marty het begrip symmetriseerbare integraaloperator ingevoerd. Dit type van integraaloperatoren en de daarmee samenhangende klasse van symmetriseerbare lineaire operatoren in de Hilbert-ruimte werden het onderwerp van een grondig onderzoek van Zaanen. Zijn resultaten verschenen na de oorlog in 1946 en 1947 in een serie van negen artikelen in de *Proceedings* van de KNAW.

Over dit onderzoek gaf Zaanen op 3 december 1982 in zijn Leidse afscheidscollege, verschenen in het NAW 1983, nog de volgende toelichting: "Later na de oorlog, heb ik gehoord dat deze operatoren een rol spelen in de theorie van trillingen in vliegtuigvleugels. Hierover is in de oorlogsjaren in Nederland onderzoek verricht door Van der Vooren, onderzoek dat tijdens de oorlog niet aan de Duitsers bekend mocht worden. Nog een aantal jaren later vertelde de Duitse wiskundige Wielandt mij dat hij bij zijn werk in de oorlog ook zulke operatoren ontmoet had maar dat hij zijn resultaten vóór zich gehouden had. Ik vermoed dat zijn werk in de oorlog ook iets te maken had met het gedrag van vliegtuigen." Volledigheidshalve moeten we hieraan toevoegen dat Luxemburg van zijn collega wijlen Olga Taussky Todd leerde dat zij gedurende de oorlogsjaren in Engeland als 'Scientific Officer of the Ministry of Aircraft Production', in verband met numerieke berekeningen van 'wing flutter calculations' ook te maken kreeg met dit type van symmetriseerbare transformaties.

Delft, Bandoeng, Delft

In 1946 werd Zaanen benoemd, op strikt tijdelijke basis, als docent in de wiskunde aan de Technische Hogeschool (TH) in Delft voor het verzorgen van een eerstejaarscollege over analytische meetkunde van drie uur per week. Gedurende datzelfde jaar was Zaanen, op aanbeveling van zijn vroegere leermeesters, benoemd tot privaattoecent in Leiden. Hij heeft dat cursusjaar, naast zijn werkzaamheden als leraar en docent, ook nog in Leiden een caput college gegeven over Lebesgue-integratie.

Een grote verandering in zijn carrière brak

aan toen hij in 1947 een benoeming tot hoogleraar wiskunde aan de TH in Bandoeng aanvaardde, als opvolger van Boomstra. Omstreeks diezelfde tijd had het Mathematisch Centrum in Amsterdam hem ook een positie aangeboden, maar Zaanens voorkeur ging uit naar Bandoeng. (Met dank aan dr. G. Alberts voor deze informatie.) Gedurende zijn Bandoengse tijd heeft Aad met veel energie en succes zijn onderzoek in symmetriseerbaarheid voortgezet en deze klasse van operatoren uitgebreid met het invoeren van de door hem genoemde normaliseerbare operatoren. Het resultaat van dit onderzoek verscheen in 1950, in een lang artikel in het tijdschrift *Acta Mathematica* (83, 1950, p. 197–248) met de titel ‘Normalisable transformations in Hilbert space and systems of linear integral equations’. Dit artikel heeft een grote invloed uitgeoefend op de verdere ontwikkeling van de theorie der

symmetriseerbare en normaliseerbare operatoren. In hetzelfde jaar 1950 werd Zaanen benoemd tot hoogleraar wiskunde aan de TH in Delft.

Symmetriseerbare operatoren

We zullen nu even in het kort het begrip symmetriseerbaarheid toelichten. Beschouw een Hilbert-ruimte H voorzien van het inwendig product (\cdot, \cdot) . Een begrensde lineaire operator T op H wordt *symmetriseerbaar* genoemd als er een hermitische operator $A > 0$ bestaat zodanig dat T ten aanzien van het inwendig product

$$(x, y)_A = (Ax, y) \quad (x, y \in H)$$

hermitisch is, dat wil zeggen,

$$(Tx, y)_A = (x, Ty)_A$$

voor alle $x, y \in H$. Het inwendig product

$(x, y)_A$ definieert een norm

$$\|x\|_A = \|A^{\frac{1}{2}}x\|, \quad (x \in H),$$

op H , waarbij $A^{\frac{1}{2}}$ de unieke positieve wortel is van $A > 0$. Uit

$$\|x\|_A \leq \|A^{\frac{1}{2}}\| \|x\|$$

volgt dat $\|\cdot\|_A$ continu is ten opzichte van $\|\cdot\|$. Het omgekeerde geldt alleen als A een begrensde inverse heeft op $(H, (\cdot, \cdot))$. De complementering van $(H, (\cdot, \cdot)_A)$ is weer een Hilbert-ruimte H_A en T definieert eenduidig een hermitische operator op H_A , omdat T ook begrensd is op $(H, (\cdot, \cdot)_A)$. Het spectrum $\sigma_A(T)$ van T in H_A voldoet aan $\sigma_A(T) \subseteq \sigma(T)$, waarbij $\sigma(T)$ het spectrum van T op H is. De eigenwaarden en multipliciteiten van de twee operatoren zijn gelijk aan elkaar. Verder is T compact op H dan en alleen dan als T compact is op H_A , en in dat geval zijn de spectra aan elkaar gelijk en ook de spectrale multipliciteiten en generaliseerde eigenruimten stemmen overeen. Bovendien is het spectrum van T op H reëel. Het laatste is nu een belangrijk gevolg van de symmetriseerbaarheid. In het geval van normaliseerbaarheid bestaat er een operator \tilde{T} zodanig dat

$$(Tx, y)_A = (x, \tilde{T}y)_A$$

en $AT\tilde{T} = A\tilde{T}T$. Voor compacte operatoren T bewees Zaanen dat de spectra van T op H en H_A gelijk zijn met dezelfde multipliciteiten.

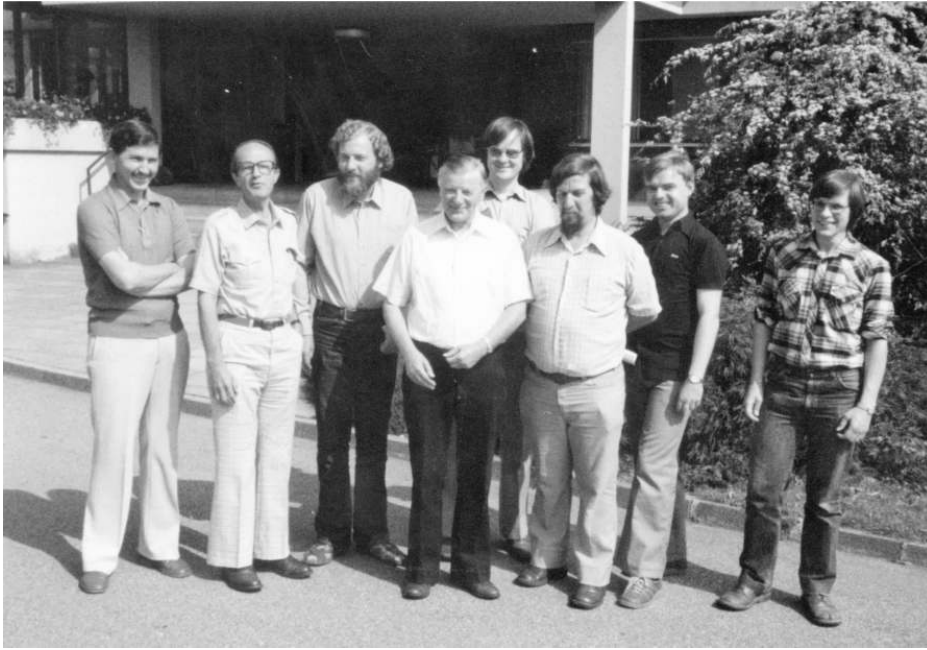
Met dit werk over symmetriseerbare en normaliseerbare operatoren was Zaanen een pionier. Later zouden ook vooraanstaande wiskundigen als P. Lax (1954), J. Dieudonné (1961) en T. Andô (1971) zich met dit onderwerp bezighouden. De huidige lezer herkent in het begrip symmetriseerbaarheid ook al een eerste aanzet tot een spectraaltheorie van operatoren op ruimten met twee normen (I.C. Gohberg en M.K. Zambikij, 1966). Nog steeds is er geen bevredigende intrinsieke karakterisering van symmetriseerbaarheid gegeven. Voor compacte injectieve operatoren T geldt de volgende stelling: T is symmetriseerbaar dan en slechts dan als de verzameling

$$\left\{ x \in H : \sup_{\lambda \in \mathbb{R}} \|e^{i\lambda T^*} x\| < \infty \right\}$$

dicht is in H . Dit is analoog aan de stelling van G. Lumer (1964) voor spectraal operatoren van scalair type met reëel spectrum.



Zaanen met Freudenthal en Luxemburg bij het symposium van 5 en 6 juli 1982 op de Universiteit Leiden ter ere van zijn emeritaat.



Zaanen met enkele promovendi in Oberwolfach. Van links naar rechts: Grobler, Luxemburg, De Jonge, Zaanen, Huijsmans, Schep, Vietsch en De Pagter

foto: archief H.A. Zaanen

Linear Analysis

In Bandoeng begon Zaanen ook met de eerste voorbereidingen voor het schrijven van een monografie over de theorie van niet-singuliere integraalvergelijkingen. Historisch gezien hebben de methoden ontwikkeld in de theorie van dit type vergelijkingen een belangrijke rol gespeeld in de ontwikkeling van de functionaalanalyse, waarvan het eerder genoemde boek van Stefan Banach duidelijk getuigenis aflegt. Anderzijds hebben de hoofdprincipes van de functionaalanalyse belangrijke toepassingen gevonden in de theorie van integraalvergelijkingen, zoals bij de symmetriseerbaarheid en normaliseerbaarheid. Om deze wisselwerking duidelijk te laten uitkomen besloot Zaanen tot het toevoegen van twee delen: een over maat- en integratietheorie en een over de grondslagen van de functionaalanalyse, dat het langste werd om de lezer een goede inleiding in deze theorie te verschaffen.

In Delft werd de laatste hand gelegd aan het boek dat hij voorzag van de titel *Linear Analysis*. Toen Luxemburg assistent in Delft was werd hij in 1952 als assistent aan Zaanen toegevoegd. Zijn eerste taak was het corrigeren van de proefdrukken van het boek. Deze taak bracht hem voor het eerst in contact met deze nieuwe belangrijke tak van de analyse. Het 600 bladzijden tellende boek verscheen in 1953 in de serie 'Bibliotheca Mathematica'. Het boek was voor de naoorlogse generatie een van de weinige moderne bronnen om functionaalanalyse uit te

leren. Er kwamen herdrukken in 1957 en 1960. *Linear Analysis* is nu een van de klassieke leerboeken over functionaalanalyse en de theorie der lineaire integraalvergelijkingen. Door de rijke verzameling van zorgvuldig gekozen opgaven, velen met aanwijzingen en soms oplossingen, is het boek ook uitstekend geschikt gebleken voor zelfstudie.

Met het verschijnen van *Linear Analysis* nam Zaanen in zekere zin afscheid van zijn onderzoek in de theorie van de lineaire integraalvergelijkingen. Integraaloperatoren keerden later wel terug, in meer abstracte vorm, als 'kernel operators'. Ook stimuleerde hij zijn promovendus Kaashoek, in het begin van de zestiger jaren, lijnen uit *Linear Analysis* voort te zetten met een studie van gesloten lineaire operatoren waarmee hij aansluiting zocht bij de theorie van Fredholm-operatoren die toen in ontwikkeling was. Van een update van *Linear Analysis*, hoewel nog wel eens overwogen, is het niet meer gekomen.

Vectorroosters en hoogleraar in Leiden

Zaanens interesse ging na het verschijnen van *Linear Analysis* meer uit naar vragen over de structuur van de ruimten die optreden als domeinen van integraaloperatoren, zoals de klassieke L_p - en Orlicz-ruimten van meetbare functies. Oplossingen van een aantal vragen die hierbij opkwamen verschenen in 1955 in het proefschrift *Banach Function Spaces* van zijn eerste promovendus Luxemburg.

Het soort ruimten waar het hier over gaat zijn voorbeelden van de zogenaamde lineaire

vectorroosters, die in navolging van N. Bourbaki ook wel Riesz-ruimten worden genoemd. Als kritische bewonderaar van deze imaginaire wiskundige had Zaanen, zoals hij in zijn afscheidscollege vermeldde, "goed nota genomen van de uitspraak dat inzicht in de structuur van een wiskundige theorie even belangrijk is als de in die theorie te behalen resultaten". Zo ontwikkelde zich bij hem een steeds dieper gaande belangstelling voor de structuur van partieel geordende ruimten en toepassingen daarvan. Volledigheids-halve vermelden we hier dat H. Freudenthal een van de grondleggers van de theorie van dit type ruimten is. Zijn baanbrekend artikel 'Teilweise geordnete algebraische Strukturen' verscheen in 1936 in deel 39 van de Proceedings van de KNAW. Het bevat onder andere een spectraalstelling voor elementen van een vectorrooster, waarvan de klassieke spectraalstelling voor hermitische operatoren een speciaal geval is. Deze *Freudenthal-spectraalstelling* is een van de fundamenteën van de theorie der vectorroosters. Omstreeks die tijd verschenen ook belangrijke bijdragen van G. Birkhoff, L.V. Kantorovitch, H. Nakano en S. Ogasawara.

In 1956 vertrok Zaanen uit Delft naar zijn Alma Mater voor het aanvaarden van een hoogleraarschap in de analyse en waar hij bleef tot aan zijn emeritaat in 1982. In Leiden, in verband met de groeiende belangstelling in vectorroosters en de theorie der positieve operatoren, begon Zaanen met Luxemburg aan een systematisch onderzoek naar de aard van de structuur van deze ruimten. De resultaten van dit onderzoek verschenen in een reeks van vijftien artikelen in de Proceedings van de KNAW. Er bleven echter genoeg interessante vragen over voor zijn twaalf Leidse promovendi om aan dit project deel te nemen, en wel acht proefschriften maken duidelijk hiervan deel uit. Tenslotte werden deze resultaten opgenomen in een monografie getiteld *Riesz Spaces*, deel 1 (samen met Luxemburg) verscheen in 1971 en deel 2 in 1983. De lange en vruchtbare samenwerking van Zaanen met Luxemburg werd sterk bevorderd door gasthoogleraarschappen aan het California Institute of Technology (Caltech) gedurende de cursusjaren 1960–61 en 1968–69, en door wederzijdse kortere bezoeken gedurende de zomervakanties.

Vanaf het midden van de zeventiger jaren ging Zaanens belangstelling verder uit naar de theorie van de geordende algebra's, in het bijzonder de f -algebra's. Deze f -algebra's, tezamen met de hiermee gerelateerde orthomorfismen op vectorroosters, geïntroduceerd

door H. Nakano en G. Birkhoff, bleken een belangrijke rol te spelen in de spectraaltheorie van positieve operatoren op Banach-roosters.

In de hierop volgende jaren heeft de theorie van Banach-roosters en positieve operatoren zich verder ontwikkeld in verschillende richtingen. Veel van deze ontwikkelingen zijn gebaseerd op het fundamentele werk van Zaanen en zijn leerlingen op dit gebied. We noemen in het bijzonder de theorie van halfgroepen van positieve operatoren, met toepassingen in de theorie van elliptische differentiaaloperatoren. In de afgelopen jaren heeft de theorie van de Banach-functieruimten zich ook verder ontwikkeld in de richting van de zogenaamde niet-commutatieve analyse, waarbij de onderliggende maatruimte wordt vervangen door een 'niet-commutatieve maatruimte', een Von Neumann-algebra. Deze theorie, geïnspireerd door de theorie van de Banach-roosters, slaat een brug tussen enerzijds de klassieke Banach-functieruimten en anderzijds de theorie van idealen van compacte operatoren in de zin van Gohberg-Krein, waarin ook de algemenere niet-commutatieve L_p -ruimten zijn opgenomen (recent werk van P.G. Dodds, B. de Pagter, F. Sukochev). Gedurende de laatste tien jaar speelt de theorie van de vectorroosters ook een belangrijke rol in bepaalde takken van de theoretische economie, geïnitieerd door C.D. Aliprantis.

Een onvermoeide arbeid komt alles te boven

Al de promovendi van Zaanen zijn het er over eens dat zij met Aad een uitstekende leermeester hebben gehad. Hij volgde nauwkeurig en met grote belangstelling de vooruitgang van je werk. Het stellen van kritische vragen en het eisen van het geven van niet triviale voorbeelden waaraan de diepte van de stellingen getoetst kon worden werkte hoogst inspirerend. Het zal niemand verbazen dat hij ook veel aandacht schonk aan de wijze waarop de resultaten waren opgeschreven. Dit gaf dikwijls aanleiding tot veel herschrijvingen, maar het eindresultaat mocht er altijd zijn.

Dit gold niet alleen voor zijn leerlingen. Een manuscript van een nog jonge wiskundige dat Zaanen ontvangen had voor aanbieding voor publicatie in *Indagationes Math.* kwam terug tezamen met de in de hand van Zaanen geschreven versie, die middenin de laatste paragraaf ineens ophield met de aanwijzing: "En ga zo op deze wijze verder". Gelukkig voor de schrijver is alles toch goed afgelopen. Zo dragen de geschriften die door zijn hand gingen allemaal het stempel van Zaanen. In alle opzichten deed zijn werkwijze eer aan het motto

van het KWG: *Een onvermoeide arbeid komt alles te boven.*

Behalve de hierboven genoemde boeken schreef Zaanen ook een heel belangrijk leerboek over integratietheorie. Het verscheen in 1958, herdrukken in 1961 en 1965, en een geheel herziene en uitgebreide versie ervan verscheen in 1971. Gedurende zijn emeritaat verschenen van zijn hand nog twee leerboeken. Een over de onderwerpen continuïteit, integratie en Fourieranalyse, verschenen in 1983. Het is een zeer origineel werk en in vele opzichten een uniek leerboek over deze onderwerpen. Zijn laatste en misschien wel het meest geslaagde boek van zijn hand, gewijd aan zijn lievelingsonderwerp, de theorie van positieve operatoren, verscheen in 1997. Hij schreef dit boek als een inleiding in de theorie van vectorroosters en positieve operatoren. Maar er komen ook veel verrassende en nieuwe inzichten in voor, waar ook de specialisten van kunnen genieten.

Niet onvermeld mogen blijven Zaanens verdiensten als bestuurder en als lid van de wiskundige gemeenschap. Hij zal worden herinnerd als een rustig bestuurder, die door zijn nauwgezette werkwijze en heldere betoogtrant ook in moeilijke tijden — hij was onder andere voorzitter van de Leidse afdeling Wiskunde in de woelige jaren van 1965 tot 1971 — koers wist te houden. Hoewel hij zelf niet al teveel belang hechtte aan al zijn 'nevenactiviteiten', is zijn lijst van verdiensten voor de Nederlandse wiskundige gemeenschap indrukwekkend. Naast zijn bestuurlijk werk in Leiden was hij bijna dertig jaar lang, van 1953 tot zijn emeritaat

in 1982, een van de redacteurs van het Nieuw Archief voor Wiskunde. Van 1965 tot 1979 was hij curator van het toenmalige Mathematisch Centrum. Zo zijn er nog wel een paar andere taken te noemen die hij met zorg en grote zorgvuldigheid verrichtte. Zijn grote werkkraft kwam hem hierbij van pas: zijn wetenschappelijk werk leed er weinig onder.

Zijn werk en verdiensten voor de wiskundige gemeenschap bleven niet onopgemerkt. In 1960 werd hij gekozen tot lid van de KNAW en werd rustend lid in 1980. Bij zijn afscheid in Leiden in 1982 ontving hij de Orde van de Ridder van de Nederlandse Leeuw. Het KWG, waarvan hij gedurende de jaren 1970–72 het voorzitterschap bekleedde, benoemde hem in 1988 voor zijn vele verdiensten tot erelid.

Zijn promovendi eerden hem met twee *Festschriften*. Het eerste, ter gelegenheid van zijn emeritaat, verscheen in 1982 met de betekenisvolle titel *From A to Z, Proceedings of a symposium in Honour of A.Z. Zaanen*, onder redactie van zijn promovendi C.B. Huijsmans, M.A. Kaashoek, W.A.J. Luxemburg en W.K. Vietsch. Het tweede, ter ere van zijn tachtigste verjaardag, verscheen in 1995 met als titel: *Operator Theory in Function Spaces and Banach Lattices*, onder de redactie van zijn promovendi C.B. Huijsmans, M.A. Kaashoek, W.A.J. Luxemburg en B. de Pagter. Helaas moesten de plannen voor de viering van zijn negentigste verjaardag in 2003 gewijzigd worden. Er is nu besloten dat de *Proceedings* van de International Conference on Positivity and Applications (Rhodos, 2003) zullen worden opgedragen aan de nagedachtenis van A.C. Zaanen. ◀



Lezing bij het symposium van 5 en 6 juli 1982 op de Universiteit Leiden ter ere van zijn emeritaat. Van links naar rechts, op de voorste rij: Butzer, Schaefer, Sz.-Nagy, Zaanen, Smithies, Huijsmans