

# ANALYSE 1, DEELTENTAMEN B

maandag 12 januari 2004, 14:00–16:00

- *N.B.: alleen diegenen die voor deel A een 5.5 of hoger hadden, zijn gerechtigd om dit deel B te maken*
- Vermeld niet alleen uw naam, maar ook uw studentnummer, studie(s) en docent.
- Een (grafische) rekenmachine is toegestaan, een formulekaart niet.
- Let wel: eindantwoorden alleen tellen niet! Een goede motivatie en/of berekening is noodzakelijk.
- Dit tentamen bestaat uit 6 opgaven. Vergeet de achterkant niet.

Succes!

---

1 Laat de functie  $f$  gegeven zijn door

$$f(x) = \frac{x^2}{x+1}.$$

- Bepaal de snijpunten van de grafiek van  $f$  met de  $x$ -as en de  $y$ -as.
  - Bepaal de asymptoten van de grafiek van  $f$ .
  - Bepaal de extrema van  $f$  (plaats, aard en grootte).
  - Schets de grafiek van  $f$ , duidelijk gebruik makend van de voorgaande onderdelen.
2. (a) Bepaal het tweede orde Taylor polynoom  $P_2(x)$  voor de functie  $f(x) = \ln(x)$  rond het punt  $x = 1$ .
- (b) Voor alle  $x > 0$  geldt nu

$$f(x) - P_2(x) = \frac{f^{(3)}(X)}{3!}(x-1)^3,$$

voor zekere  $X$  tussen  $x$  en 1. Gebruik dit om te laten zien dat

$$\left| \ln\left(\frac{11}{10}\right) - \frac{19}{200} \right| \leq \frac{1}{3000}.$$

3. Bereken de limiet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-6x + x^3 + 6 \sin(x)}{x^5}.$$

**ZIE OMMEZIJDE**

4. Laat voor  $a \in \mathbb{R}$  de functie  $f_a : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  gegeven zijn door

$$f_a(x) = x^a \ln(x).$$

- (a) Bepaal de onbepaalde integraal  $\int f_a(x) dx$  voor  $a = -1$ .
- (b) Bepaal de onbepaalde integraal  $\int f_a(x) dx$  voor  $a \neq -1$ .
- (c) Bereken  $\int_2^\infty x^{-3} \ln(x) dx$ .

5. Bepaal de onbepaalde integraal

$$\int \frac{x^2 + x + 3}{(x + 2)(x^2 + 1)} dx.$$

6. Geef de algemene oplossing van de differentiaal vergelijking

$$y' - xy = e^{\frac{x^2}{2}} + x.$$

Hint: gebruik een integreerfactor.

---

Het nagekeken werk kan op maandag 26 januari van 13.00-13.45 uur worden afgehaald in zaal 412 van het Mathematisch Instituut. Niet afgehaald werk wordt op de gebruikelijke manier beschikbaar gemaakt tegenover de studentenadministratie (kamer 203).