

ANALYSE 1, DEELTENTAMEN B

dinsdag 10 augustus 2004, 10:00–12:00

- *N.B.: alleen diegenen die voor deel A een 5.5 of hoger hadden, zijn gerechtigd om dit deel B te maken.*
- Vermeld niet alleen uw naam, maar ook uw studentnummer, studie(s) en docent.
- Een (grafische) rekenmachine is toegestaan, een formulekaart niet.
- Let wel: eindantwoorden alleen tellen niet! Een goede motivatie en/of berekening is noodzakelijk.
- Dit tentamen bestaat uit 6 opgaven. Vergeet de achterkant niet.

Succes!

-
1. Laat de functie f gegeven zijn door

$$f(x) = \frac{(x-2)^4}{x^3}.$$

- (a) Bepaal de eventuele snijpunten van de grafiek van f met de x -as en de y -as.
- (b) Bepaal de asymptoten van de grafiek van f .
- (c) Bepaal de extrema van f (plaats, aard en grootte).
- (d) Schets de grafiek van f , duidelijk gebruik makend van de voorgaande onderdelen.
2. (a) Bepaal het tweede orde Taylor polynoom $P_2(x)$ voor de functie $f(x) = \sin x$ rond het punt $x = \frac{\pi}{4}$. U hoeft uw antwoord niet te vereenvoudigen.
- (b) Voor alle $x \neq \frac{\pi}{4}$ geldt nu, voor zekere X tussen x en $\frac{\pi}{4}$, dat

$$\sin x - P_2(x) = \frac{f'''(X)}{3!} \left(x - \frac{\pi}{4}\right)^3.$$

Gebruik deze formule om te laten zien dat

$$\left| \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{10}\right) - \frac{219\sqrt{2}}{400} \right| \leq \frac{1}{6000}.$$

- (c) Is de fout $\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{10}\right) - \frac{219\sqrt{2}}{400}$ gelijk aan 0, positief of negatief? Motiveer uw antwoord.

ZIE OMMEZIJDE

3. Bepaal de limiet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{\tan x - x}.$$

4. Bereken

$$\int_0^1 \frac{x+1}{(x^2+2x+2)^3} dx.$$

5. Bepaal de onbepaalde integraal

$$\int \frac{\ln(x+1)}{x^2} dx.$$

6. Geef de algemene oplossing op het interval $(0, \infty)$ van de differentiaalvergelijking

$$y' + \frac{y}{x+1} = \frac{1}{(x+1)(x+2)}.$$

Hint: gebruik een integrerende factor.

Het nagekeken werk kan op **maandag 23 augustus 2004** van 13.00-13.45 uur worden afgehaald op kamer 219 van het Mathematisch Instituut (Snellius). Niet afgehaald werk wordt op de gebruikelijke manier beschikbaar gemaakt tegenover kamer 203.