ANALYSE 1, DEELTENTAMEN B
maandag 17 januari 2005, 15.00–17.00 uur

- *N.B.: Alleen diegenen die voor deel A een 5.5 of hoger hadden, zijn gerechtigd om dit deel B te maken.*
- Vermeld niet alleen uw naam, maar ook uw studentnummer, studie(s) en docent.
- Het gebruik van een grafische rekenmachine is toegestaan, een formulekaart niet.
- Dit tentamen bestaat uit 5 opgaven.

---

1. Bewijs (bijvoorbeeld met de binomiaalformule) dat

$$\sum_{j=0}^{n} \binom{n}{j} = 2^n.$$

2. Bepaal

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{2x} - 1 - \sin 2x}{\log(1+x) - x}$$

3. Bereken de volgende primitieven:

$$\int x^2 \sin x dx, \qquad \int \frac{x dx}{(x^3 - 8)}.$$

4. (a) Formuleer de formule van De Moivre.

   (b) Laat zien dat

$$e^{\cos x} \cos(\sin x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos nx}{n!}.$$

   Hint: Gebruik de machtreeksontwikkeling van e^y en vul een geschikte (complexe) y in. U mag gebruiken dat $y \to e^y$ analytisch is.

5. (a) Bereken de convergentiestraal van de machtreeks

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+2)} \quad \text{en bepaal vervolgens} \quad \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)}.$$

   (b) Onderzoek de volgende reeksen op convergentie. Geef aan of er sprake is van absolute convergentie, (gewone) convergentie of divergentie.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\ln(\ln(n+1))}, \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1 + \sin n}, \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{3^n - 2^n}.$$

Normering= $1 + \frac{5+10+10+10+10}{5}$